TARTINI

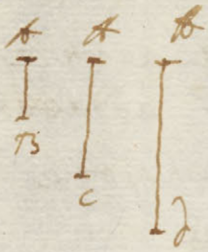
DEI PESI

Posizione, e spiegazione generale del Fenomeno de' pesi addattati a corda sonora estensibile di consenso comune

Ad una corda sonora estensibile o di metallo, o di budella, stabilmente appesa, e dall'altro estremo pendente, attaccati per serie aritmetica 1. 2. 3. 4 &c. pesi eguali; due cose necessariamente accadono 1°. suoni sempre differenti, procedenti dal grave all'acuto; e 2°. allungamenti della corda sempre differenti, procedenti dalla mag.r quantità di estensione a sempre minore.

Che la corda appesa sia più lunga, o più corta, più grossa, o più sottile, di metallo, o di budella, nulla affatto importa per le ragioni costituite dai suoni; Perchè dall'addatazione del p°. peso, determinato il p°. suono o più grave, o più acuto a ragguaglio della corda sciolta, tutti gli altri suoni progressivi sono a proporzione determinati dal primo

Si può adunque diversificare il primo suono quanto un vuole per mezzo della diversità della corda; Ma dato questo, non possono in modo alcuno diversificarsi le ragioni de' suoni



progressivi, sebben le corde diverse fossero infinite

Siano AB, AC, AD tre corde o di lunghezza, o di grossezza, o di materia diversa. ~~Ad~~ attacco ad ogni corda primieramente un peso solo, e rilevato il loro suono, indi aggiunti a ciascuna tre pesi (che saranno 4 per corda) rilevati i loro suoni, la ragion dupla sarà uguale in tutte le tre corde diverse, e pesi diversi.

Lo stesso succede ne' pesi. Nulla importa, che questi si scielgano piuttosto di una libbra l'uno, che di due, o di mezza. La diversità sarà nel primo suono, più acuto col peso di due libbre, più grave col peso di una libbra. Ma dato questo, ed aggiunti pesi sempre ugli al primo (come è la posizione del Fenomeno) le ragioni de' suoni progressivi saranno sempre uguali

Ciò che si è detto de' suoni, si dice degli allungamenti. Si può diversificare il primo allungamento per la diversità della corda, e del peso. Ma dato il primo allungamento, tutti gli altri successivi saranno sempre deter=minati dal primo a ragioni uguali.

Data una corda più lunga, e meno

2 3

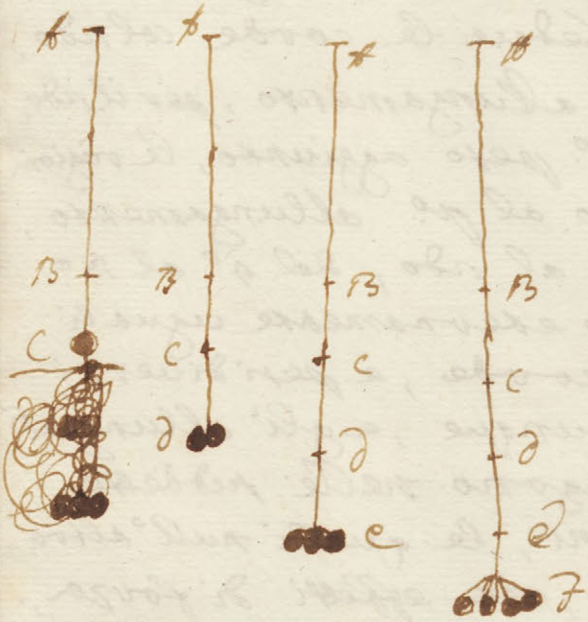
resistente, addattatogli il peso di due libbre, l'allungamento primo sarà magg.re di quello che darà una corda più corta e meno resistente, a cui sia addattato il peso di una libbra sola. Ma dati questi due primi allungam.ti diversi nelle due corde diverse e pesi parimenti diversi, e proseguendo la progressione in ambedue le corde col 2do, 3°, 4° allungamento, per il 2do, 3°, e 4° peso aggiunto, le ragioni del 2do al p.° allungamento, del 3° al 2do, del 4° al 3° saranno esattamente uguali nelle corde, e pesi diversi

più corta, e della stessa resistenza e peso stesso. Allungam.to minore. Ugualmente lunga e più resistente e peso stesso, allungam.to minore ugualmente lunga, ed ugualm.te resistente e peso minore, allungam.o minore

I suoni adunque, e gli allungam.ti convengono nelle suddette affezioni, le quali null'altro essendo, che effetti di forza, e resistenza, forza ne' pesi, e resistenza nella corda, bisogna necessariamente conchiudere, che il presente fenomeno sia fenomeno di forza, e di resistenza poste in azione, e reazione

Il fenomeno del moto de' pianeti, e similm.te fenomeno di forza, e resistenza, forza attraente, e resistenza della inerzia del pianeta mosso

La sola disparità che vi è fra i suoni, e gli allungamenti, è nel modo, con cui si devono considerare. Nel suono si considera ~~tutto il dato della cor=~~da, unito agli allungamenti in tal modo, che la data corda



e gli allungam.ti siano sempre
un uno, e continuo.
ma negli allungamenti nulla si
considera tutto il dato della
corda, ma solamente quelle
picciole parti di distensione
che necessariam.te si estraggono
dall'intrinseco della data
corda p la forza de' pesi
aggiunti; e queste picciole
parti qui si chiamano, e
sempre si chiamevanno allunga=
menti

Data adunque la corda AB, e volen=
dosi considerare i suoni il p.o
suono, prodotto dal p.o peso, sarà
AC, e si vuol dire AB ch'è la
data corda, fatta unità, e conti=
nuo col primo allungamento BC
il 2do suono prodotto da 2 pesi
sarà AD, e si vuol dire la corda
ABC, fatta unità, e continuo
con CD
il 3o suono sarà AE, e si vuol
dire la corda ABCD con DE, terzo
allungamento &c

Volendosi poi considerare gli allun
gamenti, nulla si considera la
data corda AB, ma addattato
il p.o peso alla corda AB, e
fattosi l'allungam.to BC, si dirà
BC allungamento primo.
Addattati due pesi alla corda
ABC, e fattosi l'allungamento CD,
si dirà CD allungamento 2do. Addattati
tre pesi si dirà DE allungam.to 3o

Quando

Pesi

Quando si vorrà additare gli allungamenti sommati, si dirà abcd allungamenti 2; abcde allungamenti 3 &c

di consenso comune

Addattati pesi uguali o serie aritm.ca 1 . 2 . 3 . 4 &c ad una corda sonora estensibile: i quadrati de' tuoni 1 . 4 . 9 . 16 &c sono unissoni ed identici in progressione armonica alle frazioni 1 . $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$ &c

Accordata ~~[illegible]~~ all'unissono la corda di un monocordo col tuono del p.o peso, e poi divisa armonicam.te in $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$ &c; $\frac{1}{2}$ sarà unissono al tuono del quarto peso; $\frac{1}{3}$ al tuono del nono peso; $\frac{1}{4}$ al tuono del 16.o peso &c

di consenso comune

Il numero de' quadrati de' tuoni è lo stesso numero de' ~~quadrati~~ quadrati de' pesi, come effetto talmente inseparabile dalla sua causa che resta impossibile concepire fisicamente i quadrati de' tuoni senza concepire nello stesso tempo i quadrati de' pesi.

Due cose sono state finora ignote nel presente fenomeno 1.o in qual ragione e progressione siano fra loro i tuoni prodotti dai pesi intermedj fra il p.o ed il 4.o, fra il 4.o ed il 9.o, fra il 9.o ed il 16.o &c. 2.o In qual

I pesi adunque sono in duplicata inversa delle lunghezze delle corde

Peso 1 su corda $\frac{1}{2}$ fa lo stesso tuono che pesi 4 su corda 1. Pesi 1 . 4 corde $\frac{1}{2}$. 1

quadrati $\frac{1}{4}$. 1

Adunque date le corde :: $\frac{1}{2}$. 1 l'azione di peso uno su corda $\frac{1}{2}$ è uguale all'azione di pesi 4 su corda uno

Così la gravità de' Pianeti verso il sole, e de' primarj verso i secondarj è in duplicata inversa delle distanze loro dal Sole; ~~cioè la gr~~

Adunque la gravità ne' Pianeti fa ciò che fanno i pesi nelle corde armoniche.

In questo senso dir solevano i Pitagorici che le distanze de' pianeti erano in armonica proporzione ragione e progressione siano fra loro gli allungamenti necessariamente prodotti per serie dai pesi successivi, aggiunti alla corda estensibile

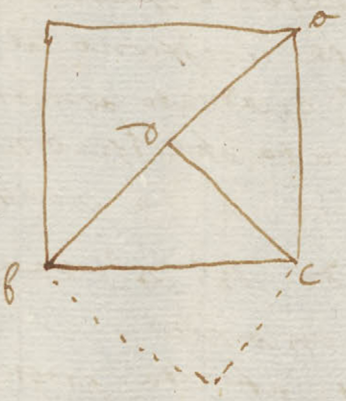
Fig.a I.o I suoni intermedj, o sia prodotti dai pesi intermedj fra i quadrati sono detti radicali progressivi armonici, per dimostrazione fisica, e geometrica.

La dimostrazione Fisica si è, che fatta una serie armonica di quadrati, le di cui aree siano come $1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot$ &c; ed addattata la quantità di ciascun lato de' medesimi quadrati ad una eguale corda sonora sopra un monocordo; si trova che accordato all'unissono il suono del primo peso al suono del lato del primo quadrato; il suono del secondo peso è unissono al suono del lato del secondo quadrato, e così in infinita armonica progressione

Fig.a II La dimostrazione Geometrica si è che identificandosi generalmente il suono in linea, in numero, ed in peso alla ragione, e fisicamente nel presente fenomeno alla ragione de' pesi: è adunque infallibile che il secondo peso nell'altro darà che il suono della ragione da esso costituita fra il primo ed il 4.o peso. Ma il secondo peso è in ragione di mezzo geometrico fra il primo ed il 4.o Adunque il suono

1 · 2 · 4

R.Ci



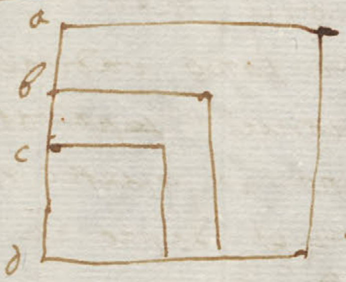
$\overline{ab}^2 = 1$ 12
$\overline{bc}^2 = \frac{1}{2}$ 6
$\overline{bd}^2 = \frac{1}{4}$ 3

8ª. VI°.

I pesi sono in duplicata inversa delle lunghezze delle corde

pesi 1 · 4 12 · 6 · 4 · 3
lungh. corde 1 · $\frac{1}{2}$
quadr. lungh.e 1 · $\frac{1}{4}$

Pesi 1 · 2
quadr. lung. 1 · $\frac{1}{2}$ :: $\overline{ab}^2 \cdot \overline{bc}^2$
lunghezze :: ab · bc :: $\sqrt{12} \cdot \sqrt{6}$



$\overline{ad}^2 = 9$
$\overline{bd}^2 = 6$
$\overline{cd}^2 = 4$
ad = 3
cd = 2

∴ 9 · 6 · 4 4 · 6 :: 2 · 3 :: √6 · √9
$\overline{ad}^2 \cdot \overline{bd}^2 \cdot \overline{cd}^2$

9º. ∴ ad · bd · cd

√9 · √6 · √4 suoni
2 · √6 · 3

suoni ad · cd ad · bd · cd
Pesi 4 · 9 4 · 6 · 9
2 · 3

fra 4 · 9 medio 6 pesi · fra 2 · 3 medio √6
fra ad · cd medio bd suoni
adunque a pesi 3, risponde
suono bd

12 · 6 · 4 · 3
√12 · √6 · √4 ·

che è come la ragione del peso, sarà medio geometrico fra il 1º. ed il 4º. suono. adunque medio geometrico fra ~~...~~ 1 · $\frac{1}{4}$
Ma ∴ ab · bc · bd, e pertanto ∴ $\overline{ab}^2 \cdot \overline{bc}^2 \cdot \overline{bd}^2$
1 · $\frac{1}{2}$ · $\frac{1}{4}$
Ma ab ha il suono identico al suono del 1º. peso, bd al suono del 4º. adunque il suono della linea cb sarà identico, ed unissono al suono del ~~...~~ 2do peso.

Per la dimostraz.e del suono rato dal 3º. peso. Sia $\overline{ad}^2 = 9$, $\overline{bd}^2 = 6$; $\overline{cd}^2 = 4$
di consenso comune la linea ad = 3, cd = 2 · ragione sesquialtera han il suono unissono al suono del 4º. e 9º. peso parim.te ragione sesquialtera, e la linea ~~bd~~ bd. è media proporzionale fra ad, cd come il suono del sesto peso è medio proporzionale fra quelli del 4º. e del 9º. adunq. il suono della linea bd. sarà identico, ed unissono al suono del 6º. peso. Ma la ragione del 4º. al 6º. suono identica alla ragione delle linee ad · bd è la stessa ragione del 2do al 3º. suono perche 4 · 6 :: 2 · 3 adunque il suono del 3º. peso sarà identico ed unissono al suono del lato del 3º. quadrato arm.co bd perche la ragione del 3º. lato al 2do lato de' quadrati armonici è la stessa ragione di ~~bd~~ bd · ad

pesi 12 · 6 · 4 · 3
suoni $\sqrt{3}$ · ~~$\sqrt{4}$~~ · $\sqrt{6}$ · $\sqrt{12}$

1 · 2 · 3 · 4
$\sqrt{12}$ · $\sqrt{6}$ · $\sqrt{4}$ · $\sqrt{3}$

Il suono del 4° peso essendo di consenso comune unissono al suono del lato del 4° quadrato armonico, resta dimostrato che i suoni de' pesi 1 · 2 · 3 · 4 è unissono ai lati del p° 2do, 3°. 4°. lato de' quadrati armonici. Così adunque in infinita progress. armonica &. Ma i lati de' quadrati sono radicali progressivi armonici. Adunque i suoni de' pesi identici, ed unissoni a' suoni de' lati, sono radicali progressivi armonici, che è quanto si è voluto dimostrare.

Questi suoni med.mi, i quali congiunti sono radicali progressivi armonici, separati di ragione in ragione in questo modo. 1.2, 2.3, 3.4 & danno le suddette ragioni dirite, progressive geometriche. Si dimostra. 1.2:: 2.4 adunque 2 medio proporzionale Geometrico. adunque 1.2 è in suddupplicata di 1.4; Ma 1.4 in peso è la ragion dupla. Adunque 1.2 in peso è suddupplicata della dupla. 4.6::6.9 adunque 6 medio proporzionale. Ma 4.9 in peso è la ragione sesquialtera. adunque 4.6 in peso è la suddu=plicata della sesquialtera; Ma 2.3::4.6 adunque 2.3 sudduplicata della sesquialtera geometrica

geometrica · 9·12 :: 12·16; ma
9·16. in peso è la ragione
sesquiterza 3·4 · adunque
9·12· in peso è sudduplicata
della sesquiterza Geometrica ·
Ma 3·4 :: 9·12 · adunque 3·4
è sudduplicata della sesquiterza
Geometrica · Adunque tutte
le suddette ragioni, divise dalla
progressione, sono radicali geo=
metriche.

Ma questo è p se noto, ba=
stando quadrare le radici 1·2
per la dupla; 2·3 p la sesqui=
altera; 3·4 p la sesquiterza.
Adunque nel sistema de' suoni
del presente fenomeno, le
ragioni sono radicali geome=
triche, la progressione
radicale armonica ·

Così esser deve in un fenomeno
fisicamente composto di forza
e resistenza; ma non è così
nella primaria semplice legge
dimostrativam.te dedotta dal
cerchio, nelle di cui corde
sì le ragioni, che la serie,
sono dimostrate armoniche
radicali.

Dal dimostrato fin qui ne viene
di necessità fisica, e consequen=
za dimostrativa, che se, quadrato
il 2do lato de' quadrati armo=
nici, produce la ragion dupla
p rapporto al quadrato del primo
lato; come quadrato il 2do suono

rato dal 2do peso inseparabile
dal suono, produce la ragion
dupla in ragguaglio al quadrato
del p.o suono, prodotto dal
p.o peso. E se quadrato il 3.o lato
de' quadrati armonici produce
la ragion sesquialtera per rapporto
al quadrato del 2do lato; come
quadrato il terzo suono, prodotto
dal 3.o peso produce la sesqui=
altera per rapporto al quadrato
del 2do suono, o secondo peso
e così sempre per infinita
progressione armonica: Adunq.
numerandosi fisicamente i pesi
1. 2. 3. 4. & e questi essendo
fisicamente inseparabili dai
suoni, si è scoperto nel fenome=
no del peso per mezzo del suono
il n.o fisico delle radici qua=
drate di quella quantità,
che si è chiamata finora
incommensurabile, perchè il n.o
aritmetico, ed armonico, comu=
nemente noto, non era capace
di assegnarla, e dimostrarla
Vi è adunque ne' fenomeni della
Natura una serie di n.o fisico
1. 2. 3. 4. & diversa affatto dal
numero aritmetico 1. 2. 3. 4. &
Perche ove 1. 2. aritmetico assegna
e dimostra la ragione suddupla,
1. 2. fisico assegna e dimostra
la metà della ragione suddupla,
la suddupplicata della suddupla,
ossiano le radici quadrate d.a suddupla

2. 3. aritmetico, assegna e di=
mostra la ragione sesquial=
altera; 2. 3. in peso assegna
e dimostra la metà geometrica,
la sudduplicata, le radici della
sesquialtera

Adunque vi è tanta differenza
dal n°. fisico de' pesi 1. 2. 3. 4. 9
al n°. aritmetico 1. 2. 3. 4. 8
quanta vi è dalla metà geome=
trica della ragione alla ragione
intiera, ossia dalla radice al
prodotto.

Questo mi pare un sofisma
l'effetto de' pesi è in
sudduplicata ragione de'
pesi medmi. che sono 1. 2. 3. 4. 8
ma non già i numeri indi=
canti i pesi. Vana è
la distinzione del n°.
aritmetico, e n°. fisico.
Il n°. è sempre lo stesso.

Ma i suoni dimostrati dal pre=
sente fenomeno, appartenendo
alla tensione, e non alla esten=
sione, o distensione della
corda, che è quella che si
cerca: pare a prima vista
che il dimostrato fin qui sia
un falso supposto.

Adunque veniamo all'esame
degli allungamti., che appar=
tengono intrinsecamte. e sola=
mente alla estensione, o dis=
tensione, o distrazione della
corda ~~estensibile~~ ~~sonora~~

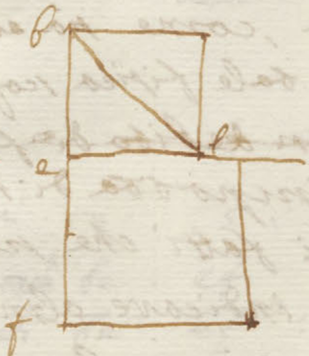
Dipendendo tale scoperta da
esattissime esperienze, e queste
potendosi fare ~~in~~ così in materia
atta egualmente a suono, ed a
estensione, come in materia
atta solamente ad estensione
(perchè qui si cerca di scoprire
la quantità della estensione

indipendentemente dai suoni.) Io tribbre non determina sperienza alcuna di moltissime da lui fatte, acciò lasciando ciascuno in libertà di farne a suo talento (e forse con industria, e perizia migliore) si confermi maggiormente questa importantissima verità, che si troverà sempre tale in qualsivoglia excogitabile sperienza purchè gli allungamenti vengano sempre estratti dall'intrinseco della materia scelta a questo oggetto.

Fig. IV. Addattato adunque un peso alla corda estensibile sonora, od al cilindro semplicemente estensibile, sebbene non sonoro, xa; succederà un dato allungamento od estensione, quale sia (p. es.) ab. Aggiuntovi un altro peso eguale (saranno due pesi) si farà il 2do allungamento, e sia bc. Aggiuntovi un terzo peso uguale (saranno 3 pesi) si farà l'allungamento terzo, e sia cd. Aggiuntovi finalmente un quarto peso (saranno pesi quattro) si farà l'allungamento 4º e sia de.

Come la natura di tali allungamenti non è stata mai esaminata così credesi cosa migliore premettere l'esame loro per rapporto ai quadrati de' suoni, perchè più facile, e più conveniente alla loro

alla loro indole e natura.
~~sarà adunque~~ si confronti, ~~comparando~~ adunq.;
il p.o allungam.to ab. con tutti
gli altri tre allungam.ti bc. cd. de
e considerati come tutta la esten-
sione be. così che fisicam.te ab.
sia la estensione del p.o peso;
be. la estensione di tre pesi,
aggiunti tutti insieme al p.o;
e sarà ben fatto p la progressione
di tale sperienza avér una
serie di pesi, il p.o de' quali
pesando, p es., una libbra, il
2do pesi tre libbre, il 3.o
cinque, il 4.o 7. &c, progressione
medesima di quella delle differ.ze
de' quadrati de' numeri 1.3.5.7.
Comparando adunque la estensione
ab. alla estensione be. si trova
essere la linea ab. fisicam.te iden-
tica ad ab. lato del quadrato,
e la be. alla diagonale ai.
dello stesso quadrato di cui
è lato la ab. sicchè $ab^2 . be^2 :: 1 . 2$.
Aggiunti altri cinque pesi in una
sola volta, si farà la estensione
ef. ~~la quale è uguale alla~~
~~diagonale del quadrato, che~~
~~ha p lato be.~~
sarà $be^2 . ef^2 :: 3 . 4$
Aggiunti altri 7. pesi in una sola
volta si farà la estensione fg.
e sarà $ef^2 . fg^2 :: 8 . 9$
Aggiunti pesi 9. sarà $fg^2 . gh^2 :: 15 . 16$
Aggiunti pesi 11. sarà $gh^2 . hm^2 :: 24 . 25$ &c



Pesi $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11$ &c

Prolung.ti $1 \cdot \sqrt{2}$

$\sqrt{3} \cdot \sqrt{4}$

$\sqrt{3} \cdot 2$

$\sqrt{8} \cdot \sqrt{9}$

$\sqrt{8} \cdot 3$

$\sqrt{15} \cdot \sqrt{16}$

$\sqrt{24} \cdot \sqrt{25}$

$\sqrt{24} \cdot 5$

quadrati de' prolungam.ti

$1 \cdot 2 \; :: \; 15 \cdot 30$

$3 \cdot 4 \; :: \; 30 \cdot 40$

$8 \cdot 9 \; :: \; 40 \cdot 45$

$15 \cdot 16 \; :: \; 45 \cdot 48$

$24 \cdot 25 \; :: \; 48 \cdot 50$

$\overline{ab}^2 = 15$

$\overline{be}^2 = 30$

$\overline{ef}^2 = 40$

$\overline{fg}^2 = 45$

$\overline{gh}^2 = 48$

$\overline{hm}^2 = 50$

Data adunque una serie di pesi, come $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11$ &c ~~ad~~ addattabili successivamente a materia estensibile; la estensione del p.o peso alla estensione de' tre pesi è in sudduplicata (o sia come le radici) della sudduplo $:: \sqrt{1} \cdot \sqrt{2} :: 1 \cdot \sqrt{2}$

La estensione de' tre pesi alla ~~radi~~ estensione de' 5 in ~~poten~~ sudduplicata (o sia come le radici) della sesquiterza $:: \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} :: \sqrt{3} \cdot 2$

de' 5 pesi ai 7 in sudduplicata della sesquiottava $\sqrt{8} \cdot \sqrt{9} :: \sqrt{8} \cdot 3$

de' 7 pesi a' 9 in sudduplicata (o sia come le radici) della sesquidecima quinta $:: \sqrt{15} \cdot \sqrt{16} :: \sqrt{15} \cdot 4$

Quadrate tutte le suddette estensioni con la stessa serie fisica, con cui si sono formate, le aree de' quadrati saranno in questa progressione $15 \cdot 30 \cdot 40 \cdot 45 \cdot 48 \cdot 50$.

Se qui si ricerca, come ha avvisato l'Autore a tale fisica scoperta, ~~egli si crede in debito di far sapere~~ che importa di necessarij allungamenti si fatti che siano bastanti ad indicare almeno per approssimazione, la quantità assegnata: Egli si crede in debito di far sapere, che per tale sperienza ha scelto lunghissime strisce di pelle morbidissima e che da queste col p.o peso di

due libbre, ha osservato la prima
estensione ·ab· di due palmi
in circa, e cinquanta volte almeno,
che ha replicato la sperienza.
Non si è trovata pelle di tal
sorta che reggesse a tutta la
progressione assegnata; ma
fino al 4°. allungam.te ·fg· qual
che tonsicia ha ressistito alla
forza de' pesi aggiunti.
Ciò à bastato abondantem.te
all'autore per determinare
la progressione all'infinito.
perchè (come si dirà in appresso)
la verità fisica lo ha condotto
per mano alla verità dimostrativa.
Per ridurre a serie dimostrativa
questa progressione si prendano
li numeri semplici in questo
modo ·1·2·3; 2·3·4; 3·4·5;
4·5·6·&c. Indi si moltiplichi il 2do
e 3°. per il 1°, e poigli stessi
2do, e 3°. per il 2do, e si
formino le proporz.i Geometriche
discrete 2·3·4·6
6·8·9·12
12·15·16·20
20·24·25·30
Dico che il quadrato be al quadrato
ef provenienti da pesi 3,
e pesi ·5· sarà in ragione
sesquiterza :: 3·4· come
le medie 3·4· della tripla
geometrica discreta 2·3·4·6
cioè come il mezzo armonico al
mezzo aritmetico della tripla 1·3;
che ha per formola 1·2·3.

1·2·3	1×2·1×3·2×2·2×3	2·3·4·6
2·3·4	2×3·2×4·3×3·3×4	6·8·9·12
3·4·5	3×4·3×5·4×4·4×5	12·15·16·20
4·5·6	4×5·4×6·5×5·5×6	20·24·25·30

$1+2=3$
$2+3=5$
$3+4=7$
$4+5=9$
$5+6=11$

Il n.° de' pesi nasce dalla somma de' termini della formola

$2+3 \cdot 3+4 :: 5 \cdot 7$

prolungam.ti quadrati :: 8·9

~~medio~~ medio arm.co ed aritm.° della dupla 2·4 | 2·3·4

pesi · 3 · 5 ·
prolungam.ti be · ef
quadrati $\overline{be}^2 \cdot \overline{ef}^2 :: 3 \cdot 4$

$ef^2 . fg^2 :: 8 . 9$

pesi 5 . 7

formola 2 . 3 . 4 $5 = 2+3 ; 7 = 3+4$

proporz.e 6 . 8 . 9 . 12 dupla

indicata da 2 . 4 della formola 2 . 3 . 4

$fg^2 . gh^2 :: 15 . 16$

pesi 7 . 9

formola 3 . 4 . 5 $3+4 . 4+5 :: 7 . 9$

proporz.e 12 . 15 . 16 . 20 | 12 . 20 :: 3 . 5

$gh^2 . km^2 :: 24 . 25$

pesi 9 . 11

formola 4 . 5 . 6 $4+5=9 ; 5+6=11$

ragione 4 . 6 :: 2 . 3

proporz.e 20 . 24 . 25 . 30

2 . 6 . 12 . 20 . 30

il quadrato ef al quadrato fg provenienti dagli allungam.ti di pesi 5 . 7, saranno in ragione sesquiottava, cioè come le medie 8 . 9 della dupla 6 . 8 . 9 . 12 come il medio arm.co 8, aritm.co 9 della dupla indicata da 2 . 4 della formola 2 . 3 . 4; che con le somme 2+3 . 3+4 indica il n.o de' pesi 5 . 7.

Il quadrato fg al quadrato gh provenienti dagli allungam.ti de' pesi 7 . 9 saranno come le medie 15 . 16 della sesquiparz.e terza geometrica discreta 12 . 15 . 16 . 20 cioè come il mezzo arm.co all'aritm.co della ragione 3 . 5 formola 3 . 4 . 5, la somma 3+4 . 4+5 indica i pesi 7 . 9; i medj indicano i prolungamenti.

$gh^2 . km^2 :: 24 . 25$

9 . 11

formola 4 . 5 . 6 $4+5=9 ; 5+6=11$

proporz.e 20 . 24 . 25 . 30

ragione 20 . 30 :: 4 . 6 :: 2 . 3

Ma l'assegnata progressione geometrica discreta essendo radice remota della progressione de' quadrati degli allungamenti si vuole, e si deve assegnarne la prossima, ed immediata

Fig. V. Sia adunque la linea del monocordo ab divisa armonicam.te fino alla sestupla, sarà

ab . bc . cd . de

sarà ab · bc · bd · be · bf · bg
60 · 30 · 20 · 15 · 12 · 10
diff.ze 30 · 10 · 5 · 3 · 2
la progressione delle differ.ze
sarà inversamente uguale
all' assegnata Geometrica discreta
1 · 6 · 12 · 20 · 30
30 · 10 · 5 · 3 · 2

1 · 6 :: 10 · 30
6 · 12 :: 5 · 10
12 · 20 :: 3 · 5
20 · 30 :: 2 · 3

Ma sommando le differ.ze armoniche
30+10 = 40
40+5 = 45
45+3 = 48
48+2 = 50
si forma la progressione iden-
tica ai quadrati degli allun-
gamenti 30 · 40 · 45 · 48 · 50
sottrato il p.o 15. perchè la p.a esten-
sione, cioè la sua quantità
dipende e dalla distendibilità
della materia, e dall' arbitraria
quantità del p.o peso
Adunque formandosi fisicam.te
si sommā i suddetti allungam.ti
perchè il 2do allungam.to fatto
con pesi 3 la fisicam.te in-
chiuso il p.o allungam.to fatto
con peso 1. ~~...~~ cioè il
2do è aggiunto al p.o; e così
il 3o al 2do ed al primo; il
4o al p.o, 2do, e 3o: resta
dimostrato fisicam.te e ~~...~~
calcolo gli allungam.ti fisici
non esser altro che le radici
sommate delle differ.ze armoniche
Cioè data ~~la radici~~ tripla a magg.re,
b minore. 3 · 1 | 3+1 · 3 :: 4 · 3
a · b | a+b · a :: 4 : 3

a · b   a+b · a
$\sqrt{3}$ · 1 $\sqrt{3}$+1 · $\sqrt{3}$

3 · 1

3+1 · 3 :: 4 · 3

30 · 10

30+10 · 30 :: 40 · 30

~~4 · 3~~

~~40 · 30~~ ~~a+b+c · a+b~~

~~10 · 5~~ ~~40+10+5 :: 50~~

~~b · c~~ ~~55 50 :: 10 · 11~~

~~4 · 3~~ ~~4+5 · 3+5 :: 9 · 8~~

~~10 · 5~~ ~~40+5~~

30 · 10 · 5 · 3 · 2

30+10 · 30 :: 40 · 30 :: 4 · 3

40+5 · 40 :: 45 · 40 :: 9 · 8

45+3 · 45 :: 48 · 45 :: 16 · 15

48+2 · 48 :: 50 · 48 :: 25 · 24

a · b a+b · a

3 · 1 3+1 · 3 :: 4 · 3

si ha la sesquiterza come data la ragion tripla 30 · 10 si ha 10+30 · 30 :: 40 · 30

data la ~~sesquiterza~~ 4 · 3, e la dupla 10 · 5

~~si ha 4+3 · 4 :: 7 · 4~~

~~40~~

Adunque come in calcolo armonico si hanno le differenze formate 30 · 10 · 5 · 3 · 2 alle ragioni e progressione armonica

60 · 30 · 20 · 15 · 12 · 10

così in calcolo fisico si hanno gli allungamenti fisicamente formati dai ~~pesi~~ 3 · 5 · 7 · 9 · 11 alle ragioni, e progressioni de' quadrati de' suoni ~~1 · 4 · 9 · 16~~

1 · 4 · 9 · 16 · 25 · 36

La sola importantissima diversità si è che il primo è calcolo numerico di prodotti, il secondo è calcolo fisico di radice, ch'è appunto ciò che si è voluto insinuare, e dimostrare.

Fig. VI. Tutto ciò che si è dimostrato finora si forma nel circolo dalla divisione armonica del diametro in $1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6}$, da cui per mezzo delle linee de' seni e dell'avanzo del diametro (sottratta la frazione armonica) nascono inferiormente fra li due quadranti ac o le linee radicali ac · ad · ae · af · ag le quali quadrate

quadrate (incominciando da ·ab·) producono p serie nelle loro aree, le ragioni reddupla, ressesquiterza, sessesquiquintadecima, ressesquiviges[i]ma ~~quarta~~, come identicamte fanno ~~le li~~ i quadrati delle linee fisiche degli allungamti fatti dai pesi 1·3·5·7·9·11· e nel quadrante supre oc· dalla stessa divisione armonica p mezzo delle stesse linee de' seni, e delle fraz.i $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{6}$· nascono le linee radicali progressive armoniche oc· od· oe· of· og· le quali addattate a linea retta sonora sono unissone (come si è dimostrato) alli suoni del 2°· 3°· 4°· 5°· 6°· peso, quando il suono del p° peso sia accordato all'unissono col diametro ·ao·, addattato nel monocordo ad uguale quantità di linea sonora. Adunq; dallo stesso principio radicale nascono nel presente fenomeno li suoni, e gli allungamti; si in natura fisica, come nel circolo

Tre quistioni risultano dalle cose finora dimostrate

La prima si è che non potendosi nel circolo avere le linee radicali de' suoni, e degli allungamenti, se non dividendo primieramte il diametro p divisione razionale in 2di, 3i 4i; adunque in priorità di natura i numeri razionali sono prima degli irrazionali

Si dimostra il contrario fisicamte. e p calcolo. Fisicamte. perchè nelle linee radicali armoniche de' suoni fisici incominciando da oa, ch'è tutto, il diametro, e proseguendo p oc. od. fino ad oe, è certo che oe = ab. metà del diametro, ed è certo che nel n°. comune oa diametro, ed ab sua metà è in ragione di 1. $\frac{1}{2}$. Ma oc. od sono suoni fisicamente primi del suono oe, e medj fra oa diametro = 1. ed ab. sua metà = $\frac{1}{2}$. Adunque fra le frazioni razionali, e comuni 1. $\frac{1}{2}$. vi sono in natura fisico armonica, alcune frazioni posteriori ad 1, ed anteriori a $\frac{1}{2}$.

Cresce la forza della dimostrazne. fisica p gli allungamenti. poichè ab. metà del diametro ad ao. diametro è in n°. comune aritmetico :: 1. 2. Ma dato il p°. allungamento fisico come ab., per infinita progressione non possono arrivar mai gli allungamenti fisici ad uguagliare ao. diametro (cosa nota, perchè come la progressione armonica è infinita, così lo sono le sue differenze); adunque tutti gl'infiniti allungamti. possibili sono fra 1. 2. del n°. comune. Ecco la infinità de' gradi

della estensione

~~[illegible]~~
della estensione rinchiusi nella
ragion dupla

Si noti distintamente questa osserva=
zione fisica come importantissima,
e significan.ma nel presente sistema
e come necessaria per ciò che si
dirà nella 2da parte.

Dunque se gli allungam.ti fisici
incominciando dal n.o 1., non pos=
sono arrivare al n.o aritmetico
2, e ciò nonostante deter=
minano per gradi progressivi al=
infinito, estensioni finite; resta
fisicam.te dimostrato esservi
in natura fisico-armonica
una infinita serie di quantità
finita, capace d'esperienza,
di ragione, di progressione
(e più di misura) affatto indi=
pendente dal numero comune
aritmetico, e prima del med.mo
di priorità di natura.

Lo stesso si dimostra per calcolo. Le radici
della progressione degli allungam.ti
sono (come si è dimostrato)
1·2·3, 2·3·4, 3·4·5 & moltiplica=
te fra loro in questo modo
~~[illegible]~~

1×2·1×3·2×2·2×3; 2×3·2×4·3×3·3×4; 3×4·3×5·4×4·4×5
2·3·4·6, 6·8·9·12, 12·15·16·20 &

Alla ragione delle medie 3·4· della
tripla 2·6· corrispondono identicam.te
i quadrati degli allungam.ti 3·5
tra i n.i 1·2·3· dai quali proven=
gono le due medie ·3·4· sono

li primi della progressione aritmetica, oltre li quali non v'è numero; e gli allungamenti 3.5. non sono li primi, perchè avanti di questi vi sono gli allungamenti 1.3. adunque gli allungamenti 1.3. non hanno nè possono avere radice alcuna nel n.º aritmetico, e resta dimostrato per calcolo che il n.º 1.3. degli allungamenti è primo del n.º aritmetico 1.2.3.

Ma nello stesso fenomeno, la ragione 1.2. de' suoni è uguale per ordine inverso alla ragione degli allungamenti 1.3. perchè così 1.2. in suono è semidupla geometrica come 1.3. degli allungamenti è subsemidupla geometrica; adunque, come 1.3. degli allungamenti è p.º di 1.2.3. aritmetico; così 1.2. de' suoni sarà primo di $1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ come n.º armonico. Sarà spiegata in fine l'apparente contradizione fra i due numeri fisico, ed aritmetico

subduplicata

subduplicata

La 2da quistione (ed è la importantissima) che risulta ad evidenza dalla dimostrazione fisica degli allungamenti 1.3.5.7.9.11., radici delle differenze armoniche si è che il vero numero del presente sistema (sistema di estensione) debba essere il n.º degli allungamenti, e non de' suoni. ~~Perchè~~, se fisicamente il lato è la estensione del p.º peso ab., la diagonale è la estensione

12 23

sommata dei tre pesi 2do. 3o. 4o.
ac.; adunque fisicamte. il lato
corrisponde al peso 1.; la diagonale
a 3.

Si dimostra il contrario in
molte maniere.

Primieramte. se gli allungamti
sono le differe. radicali delle
ragioni armoniche (come si è
dimostrato) egli è infallibile
che le differenze suppongono
le ragioni.

Più il no. del presente fenomeno
essendo intrinsecamte. e sostan=
zialmente numero di ragioni
o siano radicali progressive
armoniche come 1.2.3.4 &
o siano radicali geometriche
come 1.2 della dupla 1.4;
4.6. della sesquialtera 4.9 &
Adunque il no. intrinseco, ed
~~essenziale~~ sostanziale di questo
fenomeno deve essere desunto
dalle ragioni, e non dalle
differenze

Ma perchè l'antecedente di questo
argomento è la stessa quistione
si osservi che il presente
sistema, essendo sistema di
unità, e di continuo (come
si vedrà in appresso, e si dimos=
trerà pienamte. nella 2da parte)
è certissimo che scelto o il no. ar=
monico delle ragioni de' suoni,
o il no. aritmetico delle differe.
degli allungamenti, il calcolo

sarà identico in ogni modo
1·2· de' pioni (e così de' pesi)
sono radici quadrate della dupla
1·4· Ma 1·3· sono le differ.ze degli
allungam.ti (e così de' pesi) della
stessa ragion dupla 1·4·, e sommati
1+3=4. Adunque la somma
4· degli allungamenti (o de' pesi)
è uguale al prodotto ·4· de' pioni
(o de' pesi) ·3 de' pioni, o pesi
è radice quadrata della sesqui=
altera ·9· in ragguaglio a ·4·
Ma ·5· è la differ.za degli allun=
gamenti, o de' pesi fra 4·9·
e sommato 5+4=9 (somma della
dupla) fa ·9· Adunque il n.o
è identico, ed uguale si ne'
quadrati de' pioni, o de' pesi
come nelle somme degli allun=
gamenti, o de' pesi.
Inoltre quando la serie degli
allungam.ti quadrati (Fig. **VI**)
ac = 30, ad = 40, ae = 45, af = 48, ag = 50
si comparì a tutto il diametro
ao = 60 (come è la natura
intrinseca di una parte, che
procede verso il tutto, di cui
è parte) è cosa chiarissima
che si avranno le stesse ragioni
identiche de' quadrati de' pioni
Come ao·oc ne' pioni, così
ao·ac negli allungam.ti; come
oc·od ne' pioni :: ao·ad negli
allungamenti; come od·oe ne' pioni
:: ao·ae negli allungamenti &.
Adunque trovandosi e ne' pioni, e
negli allungam.ti lo stesso numero
e le stesse

$\overline{ao}^2 \cdot \overline{oc}^2 :: 1 \cdot \frac{1}{2} :: \overline{ao}^2 \cdot \overline{ac}^2 :: 4 \cdot 2$

$\overline{oc}^2 \cdot \overline{od}^2 :: \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} :: \overline{ao}^2 \cdot \overline{ad}^2 :: 4 \cdot \frac{8}{3} :: 12 \cdot 8$

$\overline{od}^2 \cdot \overline{oe}^2 :: \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} :: \overline{ao}^2 \cdot \overline{ae}^2 :: 4 \cdot 3$

$\overline{oe}^2 \cdot \overline{of}^2 :: \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} :: \overline{ao}^2 \cdot \overline{af}^2 :: 4 \cdot \frac{16}{5} :: 20 \cdot 16 :: 5 \cdot 4$

$\overline{of}^2 \cdot \overline{og}^2 :: \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} :: \overline{ao}^2 \cdot \overline{ag}^2 :: 4 \cdot \frac{30}{9} :: 36 \cdot 30 :: 6 \cdot 5$

Reg.

13 c.15

e le stesse ragioni, la proposta
questione sarebbe insolubile, se in
questa non si cercasse molto
di più, ed è la priorità di na=
tura fra li due numeri fisici
de' suoni, e degli allungam.ti;
la loro forza intrinseca, cioè
se sia in ambidue radicale, e
producente, e la loro essere
mag.re o minore; cioè se li
suoni includano intrinsecam.te
o siano inclusi dagli allungam.ti

Fig. 1. Per tale esame siano le linee
radicali progressive armoniche
ridotte a triangoli radicali pro=
gressivi armonici, uguali in ragione
e progressione alle ried.te linee.
Fatto centro o. e condotte oc. od.
oe. of. og. ~~#~~ con gli archi di
cerchio corrispondenti in om. on.
op. oq. or. dico che le aree
aob. mob. nob. pob. qob. rob. sono
in ragione, e progressione uguale
alle linee radicali progressive
armoniche oc. od. oe. of. og.
La dimostraz.e è chiara; perchè ob.
essendo lato costante, è base
comune di tutti que' triangoli
essi stavan fra loro come le
altezze oa. oc. od. of. og.
Ma le ipotenuse de' med.mi
ab. mb. nb. pb. qb. rb. sono iden=
tiche in ragione, e progressione
inversa alla progressione, ed alle
ragioni degli allungamenti fisici.
Perchè supposto il quadrato di ob.

$\overline{ab}^2 \cdot \overline{mb}^2 \cdot \overline{nb}^2 \cdot \overline{pb}^2 \cdot \overline{qb}^2 \cdot \overline{vb}^2$

120 · 90 · 80 · 75 · 72 · 70

30 · 40 · 45 · 48 · 50

30·40 :: 90·120

40·45 :: 80·90

45·48 :: 75·80

48·50 :: 72·75

$\overline{ob}^2 = 60 = \overline{ao}^2$. adunque $\overline{ab}^2 = 120$

$\overline{mb}^2 = \overline{mo}^2 + \overline{ob}^2 = 30 + 60 = 90$; $\overline{no}^2 = 20$

adunque $\overline{no}^2 + \overline{ob}^2 = 20 + 60 = 80$; $\overline{po}^2 = 15$

adunque $\overline{pb}^2 = \overline{po}^2 + \overline{ob}^2 = 75$; $\overline{qo}^2 = 12$

adunque $\overline{qb}^2 = 12 + 60 = 72$; $\overline{vo}^2 = 10$

adunque $\overline{vb} = 10 + 60 = 70$

e 120 · 90 · 80 · 75 · 72 è progress. inversa di 30 · 40 · 45 · 48 · 50, progressione dei quadrati degli allungamenti fisici (sottratta la pr.a ragione de' med.mi 15 · 30)

Adunque le ragioni radicali progressive armoniche, ridotte a triangoli, includono tanto intrinsecamente la progressione fisica degli allungamenti, quanto è intrinseca la progressione al triangolo, e per necessità di natura, la progressione deo' essere inversa, come la progressione armonica $1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ &c è inversa della progressione aritmetica 1·2·3·4 &c

Fig. VIII. Ma prolungando, nello stesso semicircolo, la bm in md, la bn in ne, la bp in pf, la bq in qg: la ba · bd · be · bf · bg sono le linee identiche degli allungam.ti fisici, e si dimostra

$$\overline{bd}^2 = \overline{b\tfrac{1}{3}}^2 + d\tfrac{1}{3} = \left[\tfrac{4}{3}\right]^2 + \tfrac{4}{3} \times \tfrac{2}{3} = \tfrac{16}{9} + \tfrac{8}{9} = \tfrac{24}{9}$$

$\overline{bm}^2 \cdot \overline{ba}^2 :: 90 \cdot 120 :: 9 \cdot 12$

$\overline{bd}^2 \cdot \overline{ba}^2 :: 160 \cdot 120 :: 16 \cdot 12$

$dm = db - bm = 4 - 3 = 1$

~~Il quadrato di~~ $\overline{bm}^2 \cdot \overline{ba}^2 :: 9 \cdot 12$.

$\overline{bd}^2 \cdot \overline{ba}^2 :: 16 \cdot 12$

adunque $\overline{bm}^2 \cdot \overline{bd}^2 :: 9 \cdot 16$

adunque $bm = 3$; $bd = 4$; $dm = db - bm = 1$

$dm \cdot mb :: 1 \cdot 3$

adunque prolungando bm in md per $\frac{1}{3}$ di bm, la linea bd sarà identica al 3.o allungamento, proveniente da pesi · 5 · come ab è linea identica al 2do allungamto proveniente da pesi · 3 ·, perchè il 2do allungamto al 3o (ne loro quadrati) è :: 3 · 4 :: 12 · 16

Il quadrato di bn · al quadrato di ba

$\overline{bn}^2 . \overline{ba}^2$ :: 4 · 6

$\overline{ab}^2 . \overline{ba}^2$ :: 9 · 6 adunque

$\overline{bn}^2 . \overline{be}^2$ :: 4 · 9 adunque

bn · be :: 2 · 3 en = ab − bn

en · nb :: 1 · 2 en = 3 − 2 = 1

adunque prolungando · bn · in · ne · per la metà di · bn ·, la linea be sarà identica al 4o allungamto proveniente da pesi · 7 ·, perchè il quarto allungamto al 2do (nei loro quadrati) :: ~~be~~ :: 9 · 4

9 · 4 · 6 · 4

9 · 6 :: √9 · √4 :: 3 · 2

4o allungamto al 2do :: √9 · √4 :: 3 · 2

prosseguendo con tal metodo la dimostrazione, e comparando sempre ad · ab · tutte le linee successive si trova dimostrata la serie seguente

		medio	quadrati di	
~~seco~~	$\overline{ab}^2 = 120$		$\overline{ab}^2 = 120$	allung. 2o pesi 3
quadrati delle ipotenuse de triangi radicali progressivi armonici	$\overline{mb}^2 = 90$		$\overline{db}^2 = 160$	. . 3o . . 5
	$\overline{nb}^2 = 80$	120	$\overline{eb}^2 = 180$	. . . 4o . . 7
	$\overline{pb}^2 = 75$		$\overline{fb}^2 = 192$	. . 5o . . 9
	$\overline{qb}^2 = 72$		$\overline{gb}^2 = 200$	6o . . 11

$\overline{ab}^2$	$\overline{mb}^2$	$\overline{nb}^2$	$\overline{pb}^2$	$\overline{qb}^2$
120 ·	90 ·	80 ·	75 ·	72
Inv. 30 ·	40 ·	45 ·	48 ·	50

∴ 120 · 120 · 120

90 · 120 · 160

80 · 120 · 180

75 · 120 · 192

72 · 120 · 200

192
75
———
960
1344
———
14400

3 · 4 :: 4 · $\frac{16}{3}$ $\frac{128}{10}$ $\frac{128+64}{15}$ $\frac{192}{15}$

75 · 120 :: 5 · 8

120 · 192 :: 5 · 8

8 5
———
960 960

serie delle divisioni razionali degli allungamti fisici bd · be · bf · bg ·

dm = 1
mb = 3 tripla :: 2 · 6 ; di cui sono medie armca ed aritmca 3 · 4 :: i quadrati del 2do, e 3o allungamto

en = 2
nb = 4 suddupla :: 6 · 12 ; medie · 8 · 9 · come i quadrati del 3o e 4o allung.

fp = 3
pb = 5 3 · 5 :: 12 · 20 ; medie 15 · 16 :: i quadrati del 4o e 5o allungto

gq = 4
qb = 6 4 · 6 :: 20 · 30 · medie 24 · 25 :: i quadrati del 5o e 6o allungamto

$\overline{ao}^2 = \overline{ob}^2 = 1$

$om = oc$

$\overline{ao}^2 . \overline{oc}^2 :: 1 . \frac{1}{2}$

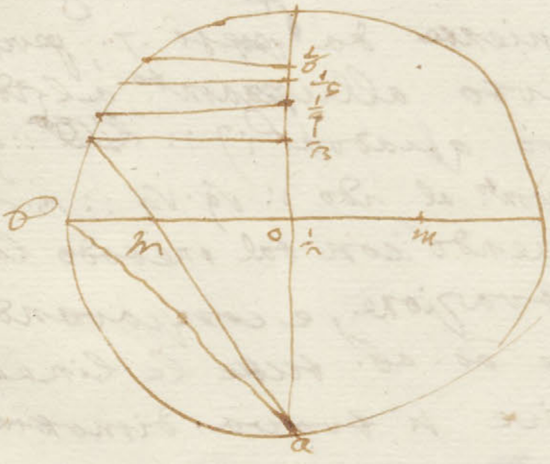
g°. $\overline{om}^2 = \frac{1}{2} ao$

$\overline{ab}^2 = 2\overline{ao}^2$; g°. $\overline{om}^2 = \frac{1}{4}\overline{ab}^2$

g°. $2\overline{om}^2 = \overline{ab}^2$

$4\overline{om}^2 = \overline{ab}^2$

g°. $2om = ab$



Adunque se delle linee radicali progressive armoniche, la 2da linea ·mo· (corrispondente, ed identica al suono del 2do peso) è la prima dividente gli allungamti fisici, e congiunta con l'altra sua metà ·om· del supposto semicircolo (compimento del dato abu) essendo = ab; e perciò quadrata, essendo = 1/2o, resta (come 1/2o) media proporzionale continua di tutta la infinita serie dei quadrati degli allungamti fisici, e dei quadrati delle ipotenuse de' triangoli radicali progressivi armonici; resta in p.o luogo dimostrato, la 2da linea ·mo· congiunta con l'altra supposta sua uguale ·mo·, resta, dico, = ab ed identica al suono del 2do peso, esser radice universale del continuo; il che si dimostrerà fisicamte vero nella 2da parte

In 2do luogo essendosi già di sopra dimostrato, che li numeri ~~ra~~ chiamati razionali, o commensurabili sono posteriori ai numeri chiamati irrazionali, od incommensurabili, e le linee radicali progressive armoniche essendo tutte nel continuo di ·mo· e tutte (in ragguaglio al numero comune) irrazionali, ed incommensurabili e discontinuando gli allungamti fisici col dividerli razionalmente in 1.3, 2.4, 3.5, 4.6 &, resta dimostrato le linee radicali progressive armoniche esser armoniche, esser prime degli allungam.ti fisici di priorità di natura.

In 3.o luogo, se gli allungam.ti fisici bd. be. bf. bg. &c sono diviti in punto geometrico dalle linee radicali progressive armoniche mo. no. po. &c per formare alli triangoli radicali progressivi armonici (eguali in ragione, e progressione alle suddette linee) le ipotenuse mb. nb. pb. &c (eguali inversamente in ragione, e progressione agli allungam.ti fisici) resta dimostrato, la forza intrinseca delle med.me linee radicali progressive armoniche essere la suprema, ed universale, perchè è in centro, e punto geometrico

Ne viene adunque per corollario che le linee suddette, essendo incluse tutte nel continuo di mo. rapporto congiunto ad om., medio proporzionale, siano includenti gli allungam.ti fisici, e le ipotenuse de' triangoli, come il centro geometrico include gli estremi, de' quali è centro.

Adunque il n.o delle linee radicali progressive armoniche, ch'è il numero de' pesi, o de' suoni 1. 2. 3. 4. &c è il vero numero del presente sistema

Resterebbe da dimostrarsi la cosa più importante di tutte, che si è solamente asserita, ed è che tutte

le infinite linee radicali armo-
niche progressive, potrenon ad
mo., siano radicalmente, ed intrin-
secamte. incluse nel continuo
di mo. Ma essendo questa una
nuova scoperta fisica la più
importante di tutte le scoperte
fatte finora, in genere di natura
fisico-armonica, si riserva alla
2da parte, ed intanto si supponga
come verità fisica.

Rimane la 3a. quistione ed è, se vi
sia, o nò, parallogismo nelle
cose finora dimostrate.

Il 1o. dato de' suoni si è (fig. I.)
li suoni de' pesi 2. 3. 4. &c iden-
tici ai suoni della corda
del monocordo BB, cc. dd. &
quando il suono del 1o. peso
sia fatto unissono al suono
della corda bb. Questo fisicamte.
è vero.

Il 2do dato degli allungamenti
si è (fig. IV. VI.) che supposto il
1o. allungamto. ab. di pesi 1. (fig II.)
fisicamte. = ab semidiametro
(fig. VI.) il 2do allungamto. be.
di pesi 3 (fig. IV.) il terzo ef. di
pesi 5. , il 4o. fg. di pesi 7., il 5o.
gh. di pesi 9. &, saranno fisicamte.
uguali alle linee ac. (fig. VI.) ad.
ae. af. &c e questo parimenti è
fisicamte. vero.

Ma incrttendosi i suoni de' pesi (fig. I.)
si allunga sempre più il 1o. dato
01., ed inacutendosi i suoni
della corda del monocordo

si torcia sempre più il p.o dato
ao. adunque nella comparazione
de' tuoni de' pesi, a' tuoni della
corda del monocordo, vi è
parallogismo.

Negli allungam.ti fisici poi bisogna
primieram.te supporre (perchè la com=
parazione sia identica) una materia
talmente estensibile, che data
a proporzione una corda, o ci=
lindro come ao (fig.a VI.), ed addat=
tatoci il p.o peso, si faccia
il primo allungamento a pro=
porzione ug.le ad ~~ab~~ ; vuol dire
p metà del p.o dato:

Cosa impossibile ad ottenersi, perchè
manca materia di tale facilità
di estensione, e che si voglia (ciò
ottenere) costituire il p.o peso
di molte libbre, il p.o dato
non reggerà in modo alcuno alla
progressione

Se poi si scelga una materia
talmente estensibile, che regga
alla progressione, quando il p.o
allungam.to sia uguale ad ab,
il p.o dato non sarà mai
uguale ad ao, ma, senza pro=
porzione, maggiore

Adunque in niun modo essendo
fisicam.te possibile questa com=
parazione, che dev'essere nello
stesso tempo uniforme, ed
identica sì ne' tuoni, come
negli allungamenti, al dimostrare
nella ~~1.a~~ figura: Nulla
sussiste di quanto finora si è
preteso di dimostrare

Fig. IX. monocordo p.o

Si dimostra fisicam.te il contrario
negli allungam.ti, e ne' tuoni, e

e prima negli allungamenti.

sia ab. uno corda sonora del monocor-
do ab. da dividersi in progres-
sione radicale armonica; cosiche
nella stessa corda siano costitui-
te le radici progressive armo-
niche, della dupla, sesquialtera,
sesquiterza, sesquiq.ta &

& la pa. proposizione è cosa
certissima che dividendo ab. in
parti 12, e dandone 6 alla
metà ac. 8. alli due terzi
ad. 9. alli $\frac{3}{4}$ ae, resta
costituita la proporz.ne geo-
metrica discreta della dupla
fra ac=6, ad. ad.=8, ed ae=9.
ab=12

2a cosa certissima che nel mezzo
geometrico di ad=8, ed ae=9
è posta la radice suddupla
ax. di ab=12; e radice dupla
di ac=6, e che dividendo arit-
meticam.te la differ.a di ad.ae,
resterà diviso il tutto ab.
in 24; et la proporz.e
(aggiunto il mezzo aritmetico
suddetto) sarà ad=16, af=17, ~~ab=24~~
ac=12; af=17; ae=18, ab=24
e moltiplicato in se stesso
il mezzo aritmetico 17x17 pro-
durrà la unità di più in ra-
guaglio al moltiplico degli
estremi fra loro. ab=24. ac=12
come sono. 289. 288.

12·16·17·18·24

Ma è parimenti cosa certissima
(già è fisicam.te dimostrata)
che data una corda, o cilindro
estensibile, ed addattato un peso,
si farà un

si farà un dato allungamento
e che aggiunto altri tre pesi, si
farà un allungam.to magg.re del
p.o, il quale farà al primo
come la diagonale di un quadrato
al lato, cioè in radice dupla
dunque ax in ragguaglio ad ab.
è fisicam.te la estensione di un peso
ab. è la estensione di tre pesi.
e lo stesso ax in ragguaglio ad ac
è fisicam.te la estensione di tre
pesi; ac è la estensione di un
peso. La differ.a fra ax af
sarà differenza fisica inesprimibile
da qualsivoglia altro numero
che de' pesi; perché per quanto si
voglia minorare all'infinito
(per la 2da proposizione) l'eccesso
quadrato — della unità nel prodotto di af = 17
non arriverà mai al punto, e
centro geometrico ax, linea
fisicam.te prodotta dalla es=
tensione, o di tre pesi, o di uno,
secondo il doppio ragguaglio,
o di ax ad ab, o di ax ad ac.
monocordo secondo — Dividendo ax in parti 30, e dandone
20 ad ac, 24 ad ad, 25 ad ae,
resta costituita la proporz.
geometrica discreta della sesqui=
altera fra i numeri 20·24·25·30
e nel mezzo geometrico di ad ae
è posta la radice sesquialtera 24·25
az in ragguaglio ad ax = 30
dividendo aritmeticam.te la diffe=
renza ad ae, resta diviso il tutto
ax in 60, e la proporz. aggiunto

ac	ad	ae	ax
20	24	25	30

134

il mezzo aritmetico predetto, sarà
ac · ad · af · az · ax
40 · 46 · 49 · 50 · 60

49
49
441
196
2401

moltiplicato in se stesso il mezzo
aritmetico 49 x 49 ~~=~~ 2401 · pro=
durrà la unità di più in ra=
guaglio agli estremi 40 x 60 = 2401
Ora si è fisicamte. dimostrato (fig. 11)
che dall'allungamento 2do di pesi
tre, e dal 4o. di pesi sette sono
fisicamente prodotte le due
linee radicali della sesquialtera,
perchè il quadrato dell'allunga=
mento · be · (secondo) al quadrato
dell'allungamto. fg · (4o.) è come
7 · 3 · adunque · az · in ragguaglio
ad · ax · è fisicamte. la estensione
di pesi · 3 · , ax è la estensione
di pesi 7 · e lo stesso · az · in
ragguaglio ad · ac · è fisicamte.
la estensione di pesi · 7 · ; ac · la
estensione di pesi · 3 ·
la differza. fra · az · af · sarà ine=
sprimibile da qualsivoglia
numero, fuorchè de' pesi, perchè
per quanto si voglia minorare
(per la 2da proposizione) l'eccesso
della unità nel quadrato di
· 49 · , ch'è af , non arriverà
mai al punto, e centro geome=
trico · az · , linea fisicamte. prodotta
dalla estensione o di pesi · 7 ·
o di pesi · 3 · secondo il doppio
ragguaglio ~~di~~ o di · az · ad · ax · , o di
az · ad · ac ·

rapporto

Monocordo 3° dividendo az in parti 56, e dandone 42 ad ac, 48 ad ad, 49 ad ae, resta costituita la proporzione geometrica discreta della sesquiterza

ac · ad · ae · az

42 · 48 · 49 · 56

e nel mezzo geometrico di 48 · 49 è posta la radice sesquiterza ax in ragguaglio ad az = 56. divisa aritmeticamente la differenza d'ad · ae, in f, resta diviso il tutto az in 112. e la proporzione aggiunto il mezzo aritmetico, sarà

ac · ad · af · ae · az

42 · 48 · $48\frac{1}{2}$ · 49 · 56

84 · 96 · 97 · 98 · 112

moltiplicato il mezzo aritmetico 97 in se stesso produrrà la unità di più del prodotto degli estremi · poiche 97×97 = 9409, e 112×84 = 9408.

ac · ad · ae · az

42 · 48 · 49 · 56

$48\frac{1}{2}$ af

84 · 96 · 97 · 98 · 112

97	112
97	84
679	448
873	896
9409	9408

Ma si è fisicamente dimostrato (fig. IV) che dall'allungamento 2do di pesi 3. e dall'allungamento terzo di pesi 5. sono fisicamente prodotte le due linee radicali della sesquiterza 42 · 56

21 · 28

3 · 4

perche il quadrato dell'allungamento 2do be al quadrato dell'allungamento terzo ef è come 3 · 4. adunque ax in ragguaglio ad az è fisicamente la estensione di pesi 3, az è la estensione di pesi 5; e lo stesso ax per rapporto ad ac è fisicamente la estensione di pesi

per rapporto

.5., ac è la estensione di pesi 3.

diminuito af per la 2da proposiz.e all'infinito, non arriverà mai al punto, e centro geometrico ax. linea fisicam.te prodotta dalla estensione, o di pesi tre, o di pesi .5. secondo il doppio rapporto di ax. az. o di ax. ac.

Questo metodo di trovar le radici progressive armoniche per mezzo della proporzione geometrica discreta, ha progressione infinita, come è infinita la progressione armonica.

per le radici sesquiquarte

72. 80. 81. 90

per le radici sesquiquinte

~~156. 168. 169. 182~~

110. 120. 121. 132

per le radici sesquisette

156. 168. 169. 182 &c.

Operando come sopra, si dimostra fisicamente, le linee radicali sesquiquarte (fig. IV.) esser prodotte dalla estensione di pesi 5. (allungam.to ef.), e di pesi 11 (allungam.to hi)

le radici sesquiquinte dalla estensione di pesi .5. (allungam.to ef) e di pesi 9. (allungam.to gh.)

Ridotti a serie progressiva i numeri fisici della estensione, sono

Le differ.e de' pesi sono le forme delle ragioni .3. 7. differ.a 4.a, 3. 5 differ.a 2. ... 4. forma dupla; 5. 11. differ.a 6, 5. 9. differ.a 4; 4. 6 forma sesquialtera; 7. 15 differ.a

. 4 . 5

8 . 9 . 10

8×9 . 8×10 . 9×9 . 9×10

72 . 80 . 81 . 90

5 . 6

10 . 11 . 12

110 . 120 . 121 . 132

6 . 7

12 . 13 . 14

2 . 3

3 . 4

6 . 12

3 . 5 . 7

15 . 21 . 25 . 35

Fig. IV.

~~ab. be ... 1.3. radic~~

ab . be ... 1 . 3 radici duple

be . fg ... 3 . 7 radici sesquialtere } dupla in prodotto

be . ef ... 3 . 5 radici sesquiterze

ef . hi ... 5 . 11 radici sesquiquarte } sesquialtera in prodotto

ef . gh ... 5 . 9 radici sesquiquinte

fg . kl ... 7 . 15 radici sesquisette } sesquiterza in prodotto

fg . ik ... 7 . 13 radici sesquisettime

7·13· differ.za 6; 6·8· forma sesquiterza; e così in infinito.

Questi numeri radicali degli allungamenti corrispondono esattamente ai numeri aritmetici intesi in questo modo. della dupla ·2·4· sia medio aritmetico ·3· indi sommato 4+3 si ha ·7· sommato 2+3 si ha 5 adunque di 2·4· medio 3 $\boxed{\text{Some}}$ 7 5

Così sarà della sesquialtera radicale 5·7; e della sesquiterza radicale 3·5; le quali quadrate composte producono completamente la dupla, come 5·7 aritmetico produce incompletamente la dupla 5×5=25; 7×7=49· con la differ.za della unità a 24·48 prodotti di 4×6, di cui è medio aritmetico ·5· e di 6×8 di cui è medio aritmetico ·7·

della sesquialtera 4·6· sia medio aritmetico ·5· indi sommato 6+5 = 11; 4+5 = 9 · adunque di 4·6· medio aritmetico ·5· $\boxed{\text{Somme}}$ 9 11

Così sarà la forma della sesquiquarta radicale ef = 5, hi = 11; e della sesquiquinta radicale ef = 5, gh = 9 le quali quadrate producono completamente la sesquialtera, come 9·11 aritmetico produce incompletamente la sesquialtera 81·121 con la differ.za della unità a 80·120 prodotti di 8×10, di cui è medio aritmetico ·9· e di 10×12 di cui è medio aritmetico ·11·

Questa

2·3·4
2·3
5·7

3·5·7
3·5
8·12

3·4·5
3·4
7·9

2·3
3·4
6·12

4·5·6
4·5
9·11

5·11
5·9
5×11=55
5×9=45

5·6
~~10~~·11·12
~~4·5~~
8·9·10
~~9·11~~
8×10=80; 10×12=120

25·30
16·25
41·55

Questa progressione di consuonanze di numero è infinita, e troppo vi sarebbe da scrivere per spiegare tutti li misterj di questi numeri. Ma trattandosi qui di dimostrazione, e non di altro, basti la osservazione predetta, aggiunta alle due seguenti, una delle quali si è la somma degli allungamenti di due in due (lasciato fuori 1·3) quali sono sempre in dupla potenza $\frac{3 \cdot 7}{3 \cdot 5}$ / $6 \cdot 12$ | $\frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 11}$ / $8 \cdot 16$ etc. e l'altra più necessaria di tutte si è la somma aggiunta di due a due, rapporta per base pr. degli allungamenti ·1·1· che manca alla predetta progressione, ma è intrinseco alla medma., ed al sistema presente +

+

1 1

somma 2 — 1 3 — 4 somma

3 7

3 5

somma 8 — 16 somma

5 13

somma 18 — 5 9 — 36 somma

7 15

7 13

somma 32 — 64 somma

etc. etc.

delle somme 2·4 numeri pr. 1

8·16 4

18·36 9

32·64 16

etc.

Negli stessi monocordi della figa. 9 con lo stesso metodo si dimostrano li suoni radicali progressivi armonici, fisicamte. identici agli allungamti. già dimostrati.

Monocordo primo. Sia ·ab· = 12; diviso da ·ac· in 6; da ·ad· in 8; da ·ae· in 9 per la costruzione della dupla Geometrica discreta

6 · 8 · 9 · 12

Sia af mezzo aritmetico fra ad · ae · onde

ac · ad · af · ae · ab   6 · 8 · 8½ · 9 · 12

12 · 16 · 17 · 18 · 24

Il suono mezzo Geometrico degli estremi dupli

dupli, ae. ab. è posto nel mezzo geometrico di ad. ae. nel punto x. a cui il suono di af. (iminorandolo per la 2da proposizione) si andava avvicinando all'infinito senza mai trovarsi all'unissono.

Si è dimostrato (fig. I.) essere ax. il suono fisicam.te uguale al suono del 2do peso oi. uguale fisicam.te a .bb., perchè come ivi bb.oa così qui ax.ob.

Si faccia la stessa dimostraz.e nel 2do monocordo per la radice sesquialtera az, si troverà unissona al suono del 3.o peso o3. (fig. I.) Così nel 3.o monocordo per la radice sesquiterza, ax. si troverà unissona al suono del 4.o peso o4.

Adunque e suoni, ed allungam.ti s'incontrano nello stesso punto geometrico, con la sola diversità, che il n.o degli allungamenti cambia forma, perchè cambia progressione, ed il n.o de' suoni (o de' pesi) resta costante, perchè non cambia nè forma, nè progressione

Adunque sia ciò ch' esser si voglia della disparità delle comparazioni nella figura VI., resta vero totalmente tutto il dimostrato finora, che per negarlo non vi è altro partito, senon che negare le verità fisiche.

Svaniscono adunque affatto tutte
le opposizioni della terza quis-
tione, cioè quale di questi
due numeri, che fisicamte. di-
mostrano lo stesso, debba sce-
gliersi p il presente sistema:
tale la quistione ivi non fosse
decisa, e se molto più non
si decidesse p la osservazione
delle somme aggiunte degli allun-
gamenti, dalle quali risultando
in numeri primi la progressio-
ne de' quadrati de' suoni
1.4.9.16 &c: resta più che dimo-
strato, dover essere il vero
numero del sistema quello
che è radice de' predetti quadrati.
Ma quelle sono le linee radicali
progressive armoniche dinotate
dai numeri de' suoni, o de' pesi
1.2.3.4. adunq. &c

Per compimento della spiegazione
fisica di questo sistema rimane
a sapersi in qual ragione
siano fra loro gli allungamti.
separati bc.cd.de (Fig. 4a.)
Che il 2do allungamto. bc. al 3o.
cd sia in ragion radicale sesqui-
altera, che il 3o. cd. al 4o. de.
sia in ragion radicale sesqui-
terza, è cosa evidente; quando
si rifletta che le ragioni de'
quadrati degli allungamenti
totali (Fig. 6a) ac. ad. ae. &c
comparate a tutto il diametro
~~ab~~ ao. sono identiche alle ragioni
de' quadrati de' suoni. adunque
sono uguali

sono uguali in radice. Ma le radici de' pesoni per la formaz. della semidupla Geometrica che è da oc fino ad oe sono la ragione di oc od radicale sesquialtera, di od oe radicale sesquiterza, e queste convengono identicamente cogli allungamenti nel numero de' pesi 2. 3. 4 &. come radici de' suddetti allungamenti (fig. 4) secondo bc, terzo cd, 4° de. Adunque le ragioni radicali de' med.mi allungamenti sono le stesse che de' pesoni radicali.

La massima difficoltà vi è stata di trovar la ragione del 1° al 2do allungam.to perchè di fatto non si ha per mano materia solida e sensibile per modo che per forza aggiunta, resista e si allunghi tanto sensibilm.te quanto basti per un esame così delicato.

Tuttavia, unite molte sperienze alla ragione, ed al calcolo, si è avuta la buona sorte di rinvenire la p.a ragione fra il p.o allungam.to ab (fig. 4) ed il 2do bc.

Questa è (in calcolo comune aritmetico ed incompleto per approssimazione) fra 34 allungam.to primo, e 19 allungam.to 2do. Si vuol dire che diviso il p.o allungam.to in parti 34.

di questa ne contiene 19 l'allungam.to 2do, non completam.te ma p. approssimazione radicale aritmetica

Ma p.chè meglio si concepisca q.sta ragione radicale aritmetica di 19·34. Bisogna figurarsi la ragione sesquiottava 18·16 e la sesquinona 20·18. divise aritmeticamente da 17, 19 medie aritmetiche, e che la medietà 17 sia convertita p. dupla in 34. cosichè concependo la medietà geometrica fra la ragione sesquiottava 32·36, e la medietà geometrica fra la ragione sesquinona 14·20 (espresse incompletam.te da 34 e 19) si concepirà la ragione incompleta, in cui è il p.o allungamento al 2do. In calcolo del peso la suddetta ragione è esprimibile da 5 allungam.to primo, 16 allungam.to 2do; e si dimostra.

Così in peso 64·81 come in numero comune 18·16. Ma 72 è medietà geometrica fra 64·81 adunque 72 p. il p.o allungam.to

Così in peso 81·100 come in numero comune 14·20. Ma 90 è medietà geometrica fra 81·100, adunque 90 p. il secondo allungamento. Ma p. il giusto ragguaglio si deve duplicar il recesso di 16·18 (supposto 17) in 34.

Adunque così deversi fare in peso, serbando la metà a 90., e duplicando 72. Sarà adunque 45. il p.° allungamento; 144. il 2do. Ma 45.144 :: 5.16. adunq. si è dimostrato etc.

La forma intiera di questa ragione si è in peso fra questi numeri 40.45; 144.160; perchè come nel n.° comune 36.18, così in peso 40.160. Come nel numero comune incompletamente 34.19, così in peso ~~[illegible]~~ 45.144. Moltiplicato 40×160, e 45×144 e comparati fra loro i prodotti, i quali sono 6480. 6400, la differ.za sarà di 80.81. famosa differ.za del coma musicale nell'arte musica e molto più famosa nel sistema presente, di che a suo luogo.

$$\begin{array}{r} 40 \\ 160 \\ \hline 6400 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 144 \\ 45 \\ \hline 720 \\ 576 \\ \hline 6480 \end{array}$$

$$6400\,\frac{80}{80} \qquad 6480\,\frac{80}{81}$$

Che tale debba essere la ragione del p.° al 2do allungam.to, si prova col calcolo comune incompleto, supposte le premesse dimostrazioni, che il 2do al 3.° allungam.to debba essere in ragione radicale sesquialtera; che il 3.° al p.° debba essere in ragione radicale sesquiterza, e tutti trè sommati debbano essere, (come sono) in ragion dupla radicale del p.° allungamento sia adunque il p.° allungamento 34 · il 2do · 19 · Ma 9 · 11 sono le radici aritmetiche incomplete della sesquialtera; 13 · 15 della sesquiterza · Adunque al 2do allungamento · 19 · si aggiungano p serie le radici aritmetiche sesquialtera, e sesquiterza · saranno p serie

allungam.to p.°	374	come 34 · 19
allungam.to 2.°	209	come 11 · 9
3.°	171	meno incompletamente di · 15 · 13 ·
4	148	
somma	528	de' tre allungamenti 2do, 3.° 4.°

Ragguagliato · 528 · a · 374 · allungam.to primo con le radici aritmetiche della dupla

12 17
6×6 ~~8×9~~
36 72

528 × 12 = 1056, 528 → 6336 / 22 → 288

374 × 17 = 2618, 374 → 6358 / 22 → 289

288 · 289, differ.a identica di 17×17 = · 289 · e 24×12 = 288

24 × 12 = 48, 24 → 288

11 | 528 → 48

374 | 11 → 34

come 24 · 17

Ridotte le posizioni 528 · 374 · a numeri primi p 11 · divisore comune (notabile) stanno ~~Adunque si è~~ $\frac{528}{11}$ · $\frac{374}{11}$ :: 24 · 17

Adunque si è dimostrato aritmeticamente quanto si dovea dimostrare

Per qual ragione poi

Pesi

$5 \cdot 9 \cdot 10$

Per qual ragione fisica poi siano come principij di natura (almeno nella estensione) la ragione sesquiottava, e la ragione sesquinona, si vedrà fisicam.te e geometricamente nella 2da parte, ove si tratterà del sistema armonico, che ha p radice fisica la dupla, di cui è medietà differenziale la ragione sesquiottava; e della natura del circolo, che ha p radice la tripla, di cui è centro differenziale la ragione sesquinona

$6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 12$

$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$

zero

$4 \quad 2 \quad \cdot \quad 6$

$2 \cdot \sqrt{2 \times 6} \cdot 6$

$4 \cdot 12 \cdot 36$

La sostanza di tutto il dimostrato finora nel presente fenomeno, si riduce a poco, che fisicam.te è molto, anzi tutto.

I dati pesi separati dalla data corda estensibile sonora, sono di natura aritmetici la cosa è chiara, nè ha bisogno di altra dimostraz.ne, senon di numerare i pesi 1.2.3.4 &

La data corda estensibile sonora è di sua natura armonica. si dimostra. Se al p.o peso che è il p.o dato nel suo genere, p necessità della progressione si aggiunge il 2do, il 3.o & essendo l'altro primo dato, nel suo genere, la corda, a cui certam.te nulla si può aggiugnere

perchè è dato di un tutto:
Per necessità della data progressio-
ne, dovrà dividersi in tal modo
che uguagli le stesse ragioni co=
tribuite dall'aggiunta de' pesi
sto ne' pesi la prima unità della
progressione è il p.o peso,
e nella corda, la prima unità
è tutta la corda stessa.

Adunque per necessità di principio,
(che è la unità) ove il primo
peso progredisce al 2do, costi=
tuendo la ragione suddupla;
la prima unità della corda
che è tutta la corda stessa,
dovrà progredire alla sua
metà, e costituire la ragion
dupla
Ove il 2do peso progredisce al
3o; la metà della corda
dovrà progredire ad $\frac{1}{3}$?
Ma $1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ è progress.e ar=
monica; adunque la corda
separata dai pesi, è di sua
natura armonica

È cosa infallibile (perchè già dimo=
strata) che i pesi 1. 2. 3. 4 etc
congiunti alla corda, sono tutti
in ragion dimidiata geometrica
delle ragioni complete, costitui=
te dai med.mi pesi, separati
dalla corda, perchè così sono
i suoni, inseparabili dai pesi.
Ma nella congiunzione de' pesi alla
corda, null'altro essendovi,
~~sto~~ di più, e di nuovo, senon

sudduplicata

la forza del peso in azione,
e la ressistenza della corda in
reazione.
Adunq: dalla azione della forza
del peso, e dalla reazione della
ressistenza della corda, resta
sottrata nel presente fenomeno
la metà geometrica di quelle
ragioni, che il peso, e la corda
separati, p propria natura
producevano insieme, e compenza
Ma la ressistenza null'altro
essendo, che forza contro forza;
adunque peso, e corda sono
due forze, che p azione, e rea=
zione si equilibrano, e si
uniscono in un punto comune
ch'è il centro geometrico.
Ma delle suddette due forze
separate, una era di natura
aritmetica, cioè il peso; l'altra
di natura armonica, cioè la
corda.
Adunque dalle nature fisiche
di quantità aritmetica e di
quantità armonica, poste
congiuntamte. in azione, e rea=
zione, risulta come centro
comune, la natura di quan=
tità geometrica, espressa dallo
stesso nº. de' pesi (ed in conse=
guenza de' suoni) 1.2.3.4.
Perchè ove il nº. de' medmi
separati dalla corda (cioè
dalla ressistenza) esprimeva
fra 1.2. la suddupla

fra 2.3. la sesquialtera; fra
3.4. la sesquiterza &: Congiunti
alla corda (cioè alla ressistenza)
il n.° stesso 1.2. esprime la
semidupla geometrica; 2.3.
la semisesquialtera geometrica;
3.4. la semisesquiterza geo=
metrica &.

sudduplicato della dupla

Era adunque un pretendere l'im
possibile, il pretendere un cal=
colo giusto, completo, ed
universale, dalle nature
armonica, ed aritmetica, sepa=
rate fra loro; come è impos
sibile che il calcolo non sia
giusto, completo, ed univer=
sale, tosto che congiunte
fra loro, p azione, e reazione
si formano il centro geo=
metrico, o sia punto comune.
Doveva adunque ricercarsi
questo calcolo, non nell'uno,
ma nel due fisico; non nella
forza sola, o ressistenza sola,
ma nella forza, e ressistenza
congiunte, e reciprocam.te
agenti, ch'è quanto si è vo=
luto scuoprire, e dimostrare
in questa p.a parte.

A cui si aggiunge p ultimo, che
il numero, o cifra, restando
equivoca, perchè 1.2. tanto
assegna la metà geometrica
della dupla quanto la dupla intiera
Adunque nel presente sistema, la speci
ficazione della quantità, sarà
la cagione in p.o luogo, e poi il numero

Pesi attaccati a corda sonora estensibile 25

IV

Indice

1. Attaccando pesi ugli 1.2.3.4. ad una corda estensibile sonora; 1° i suoni procedono sempre dal grave all'acuto. 2° si allunga sempre la corda, ma sempre meno.

2. Sia lunga o corta la corda, grossa, o sottile, nulla importa p la ragione de' suoni, perchè tutti i suoni sono determinati dal primo.

3. I pesi pure nulla importa che si scelgano piuttosto di una libbra l'uno, che di due o di mezza. Tutta la diversità sarà nel 1° suono ~~tal~~.

4. Ciò che si è detto de' suoni, si dica degli allungam.ti dato il 1° allungam.to, tutti gli altri saranno sempre determinati dal 1° a ragioni uguali

5. Questo è un fenomeno di forza de' pesi, e resistenze poste in azione, e reazione

6. Ne' suoni si considera tutto il tratto della corda, unito agli allungam.ti; ma negli allungam.ti si considerano solam.te le picciole parti della distensione.

7. Accordata all'unissono la corda di un monocordo col suono del 1° peso, e poi divisala armonicam.te in $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ &; il suono di $\frac{1}{2}$ corda sarà unissono al suono di 4 pesi; di $\frac{1}{3}$ al suono di 9 pesi; di $\frac{1}{4}$ al suono di 16 pesi.

Pesi 1.4; Corde $1 \cdot \frac{1}{2}$ quadrati $1 \cdot \frac{1}{4}$

8. Due cose sono state finora ignote in questo fenomeno. 1° in qual ragione, e progressione siano fra loro i suoni prodotti dai pesi intermedj fra il 1° ed il 4°; fra il 4° ed il 9°; fra il 9° ed il 16° & p.5

2° In qual ragione, e progressione siano fra loro gli allungamenti necessariam.te prodotti p serie dai pesi successivi, aggiunti alla corda estensibile p.5

9. I suoni intermedj prodotti dai pesi intermedj sono come i lati de' quadrati armonici $1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ & poichè addattata la quantità di ciascun lato ad una uguale corda sonora sopra un monocordo; si trova che accordato all'unissono il suono del 1° peso al suono del lato del 1° quadrato; il suono del 2do peso è unissono al suono del lato del 2do quadrato e così in infinito. p.6

10. dimostraz.e Geometrica p. 6. 7. 8

11. Nella primaria semplice legge dimostrativam.te dedotta dal cerchio; Nelle corde si le ragioni che le serie sono dimostrate armoniche radicali

12. Per via del suono nel fenomeno del peso il n.° fisico delle radici quadrate di quella quantità, che si è chiamata finora incomensurabile, perchè il n.° Aritmetico, ed armonico comunemente noto, non era capace di assegnarla, e dimostrarla p. 10

13. N.° fisico 1. 2. 3. 4. indica le subduplicate delle 1. 2. 3. 4 indicate dal n.° aritmetico p. 11

---

degli allungamenti

14. l'esame degli allungam.ti si farà per rapporto ai quadrati de' suoni. ab fb

15. Si trova ab (peso 1.) bc (pesi 2) come il lato del quadrato alla diagonale del med.mo :: ab. ai p. 12

16. aggiunti 5 pesi (son 9 pesi) sarà bc^2. cf^2 :: 3. 4 | bc. cf :: √3. √4

17. aggiunti altri 7 pesi sarà cf^2. fg^2 :: 8. 9 | cf. fg :: √8. √9

18. aggiunti altri 9 pesi (pesi 16) sarà gh^2. hm^2 :: √24. √25;

gh. hm :: √24. √25. —— p. 13

19. Pesi 1. 3. 5. 7. 9. 11

prolungati 1. √2
√3. 2 :: √3. √4
√8. 3 :: √8. √9
√15. 4 :: √15. √16
√24. 5 :: √24. √25

quadrati de prolungamenti

1. 2	:: 15. 30
3. 4	:: 30. 40
8. 9	:: 40. 45
15. 16	:: 45. 48
24. 25	:: 48. 50

20. estensione p.° peso di tre pesi

21. è in subduplicata della duplica di tre pesi a 5 pesi in subduplicata da sesquiterza 3. 4

22. di 5 pesi a 7 in subduplicata da sesquiottava 8. 9

23. di 7 pesi a 9 in subduplicata da sesquiquintadecima 15. 16.

24. Quadrate tutte le suddette estensioni; le aree de quadrati saranno :: 15. 30. 40. 45. 48. 50/

~~25 ..~~ 60. 30. 20. 15. 12. 10 ($\frac{1}{1}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$)

30. 10. 5. 3. 2

30. 40. 45. 48. 50. p. 14

25. Maniera di fare le suddette esperienze — — — p. 14. 15.

26. sono adunque i quadrati degli allungam.ti come i centri delle proporz.i g. d.

1. 2. 3	2. 3. 4. 6	3. 4
2. 3. 4	6. 8. 9. 12	8. 9
3. 4. 5	12. 15. 16. 20	15. 16
4. 5. 6	20. 24. 25. 30	24. 25
5. 6. 7	30. 35. 36. 42	35. 36

27. N.° de' pesi nasce dalla somma de' termini delle p.te ragioni pag. 15

1. 2; 2. 3; 3. 4; 4. 5; 5. 6

3. 5. 7. 9. 11.

~~28~~ cioè sono come i n.i impari 1. 3. 5. 7 & pag. 15

Pesi ~~3. 5 formola~~ ~~2. 3~~
~~5. 7~~ ~~1+2. 2+3~~
~~2. 3. 4~~

Pesi	formola	quadrati de' prolung.	
3. 5	1. 2. 3 / 1+2. 2+3	3. 4	2. 3. 4. 6 / 2. 3. 4. 6
5. 7	2. 3. 4	8. 9	6. 8. 9. 12 / 6. 12 :: 2. 4
7. 9	3. 4. 5	15. 16	12. 15. 16. 20 / 12. 20 :: 3. 5
9. 11	4. 5. 6	24. 25	20. 24. 25. 30 / 20. 30 :: 4. 6

22. 2. 6. 12. 20. 30. 42

1. 3. 6. 10. 15. 21

1+3=4; 3+6=9; 6+10=16; 10+15=25

1. 4. 9. 16. 25. 36. 49

2. 6. 12. 20. 30. 42

23. fig. V. ab·bc·bd·be·bf·bg

1 · $\frac{1}{2}$ · $\frac{1}{3}$ · $\frac{1}{4}$ · $\frac{1}{5}$ · $\frac{1}{6}$

60·30·20·15·12·10

differ.e 30·10·5·3·2

Inversa di 2·6·12·20·30

Somme delle differ.e armoniche

30+10=40
40+5=45
45+3=48
48+2=50

Ecco la progress.e identica de' quadrati degli allungam.ti

30·40·45·48·50

il p.o 15. dipende dalla distendibilità della mano e dall'arbitraria quantità de' pesi. 17

24. Ma gli allungam.ti essi pure si formano somma che l'allungam.to fatto con pesi 3. ha fisicam.te incluso quello fatto con peso 1.

Adunque gli allungam.ti altro non sono che le radici sommate delle differ.e armoniche, cioè cioè data la tripla 3·1, sarà 3+1·3 :: 4·3 sesquiterza come data la tripla 30·10, si ha 30+10·30 :: 40·30 pag. 16

Adunq., come in calcolo arm.co si hanno le differ.e sommate 30·10·5·3·2 con le ragioni e progress.e arm.ca

60·30·20·15·12·10

così si si hanno gli allungam.ti fisici fatti dai pesi 3·5·7·9·11 alle ragioni e progressioni de' quadrati de' suoni 1·4·9·16·25·36

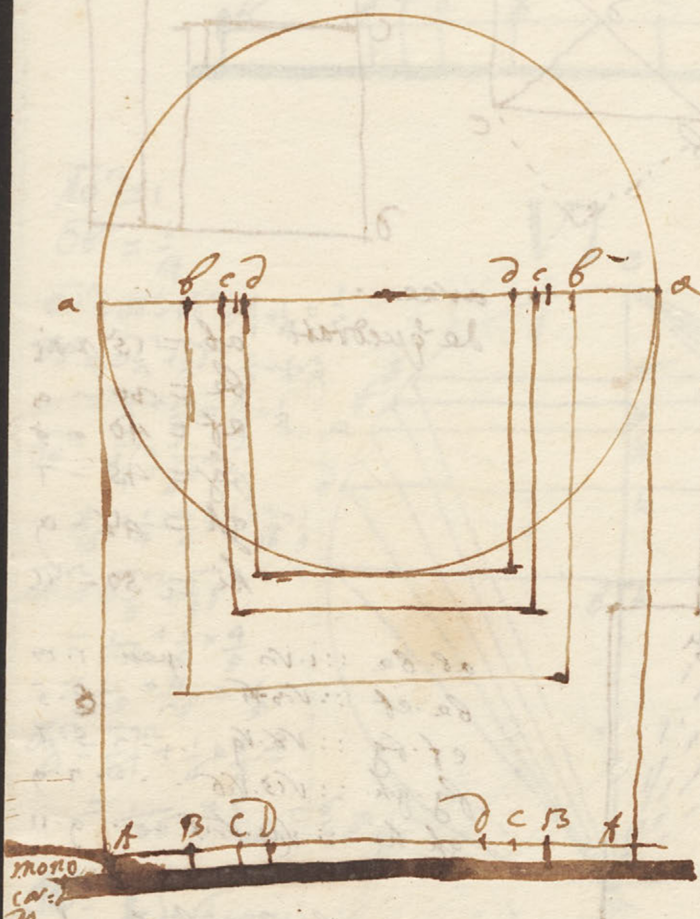
Diversità il p.o è calcolo di prodotti; il 2do di radici pag. 18

30·10·5·3·2
30+10·30 :: 40·30 :: 4·3
40+5·40 :: 45·40 :: 9·8
45+3·45 :: 48·45 :: 16·15
48+2·48 :: 50·48 :: 25·24

25. Tutto ciò si forma nel circolo fig. VI.

Pesi

Fig. I



quadrati in progress.e arm.

$aa = 1 = 12$

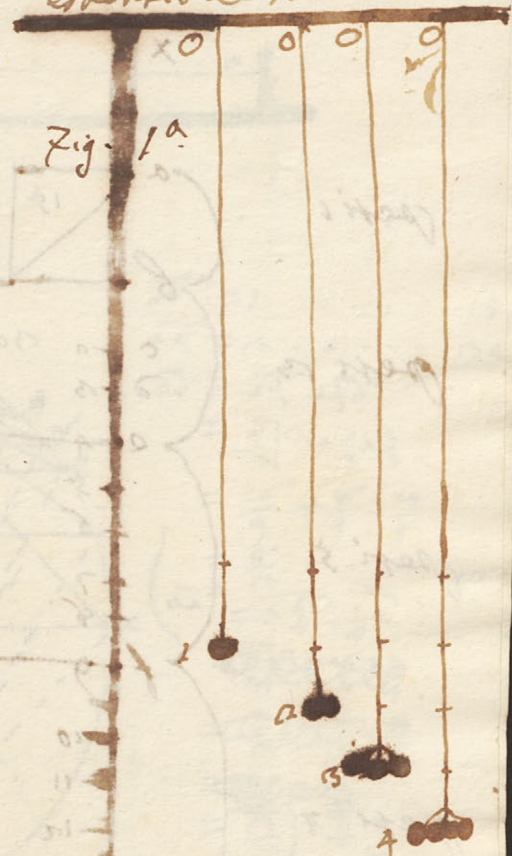
$bb = \frac{1}{2} = 6$

$cc = \frac{1}{3} = 4$

$dd = \frac{1}{4} = 3$

data una corda AA del monocordo = aa (primo lato de' quadrati armonici) = al suono del 1.o peso 10; BB del monocordo = bb lato del 2do quadrato arm.co unissono al suono del 2do peso 20; CC del monocordo = cc lato del 3.o quadrato armon.: sarà unissono al suono del 3.o peso 30; DD = dd unissono al suono del 4.o peso 40. così in infin.a progress.e arm.a

Pesi eguali adattati a serie armon.a alla corda O esperibile sonora



$60 = 1$

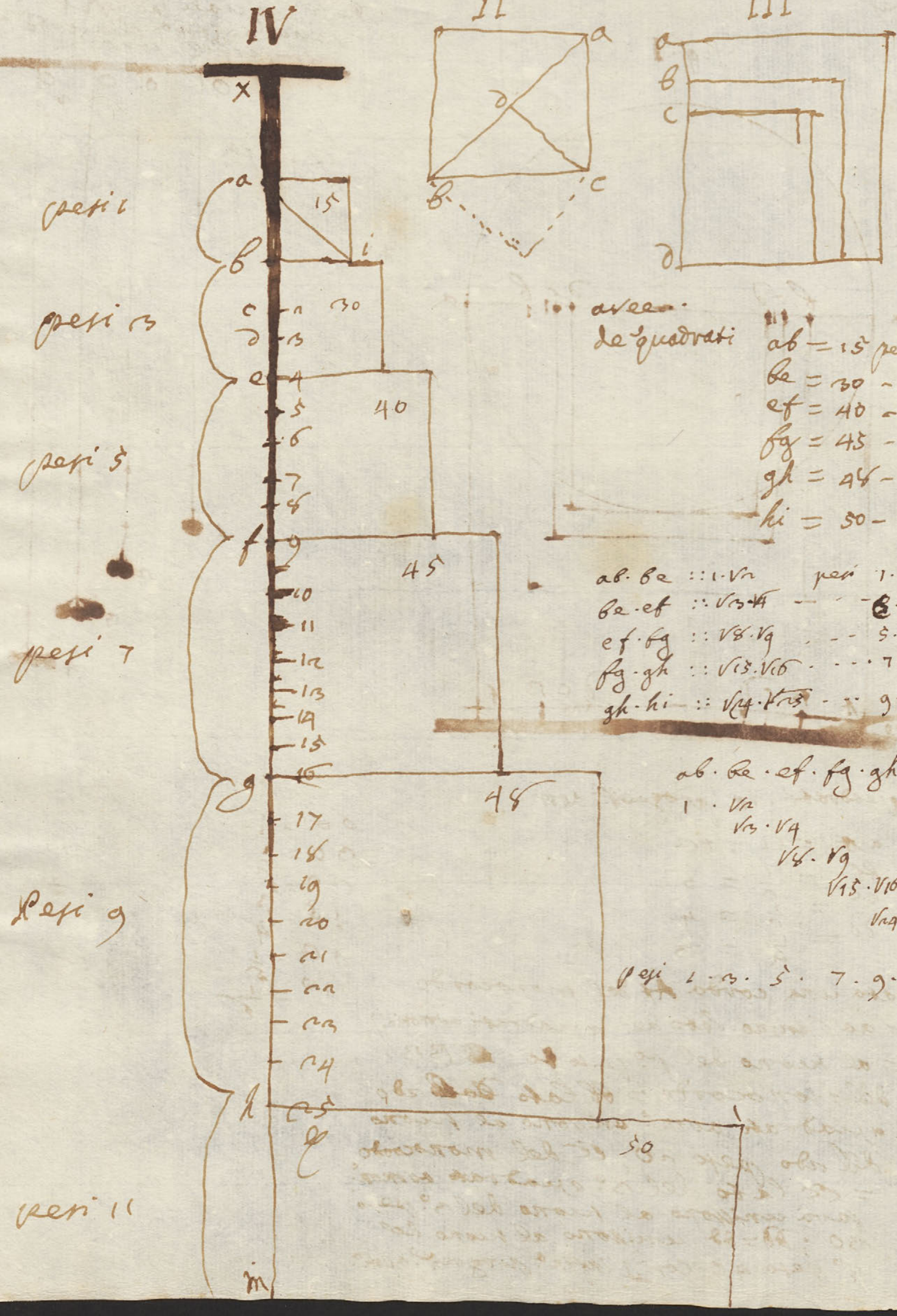
$30 = \frac{1}{2}$

$20 = \frac{1}{3}$

$15 = \frac{1}{4}$

$12 = \frac{1}{5}$

$10 = \frac{1}{6}$



aree de' quadrati

ab = 15 pesi 1
be = 30 - 3
ef = 40 - 5
fg = 45 - 7
gh = 48 - 9
hi = 50 - 11

ab · be :: 1 · √2 pesi 1 · 3
be · ef :: √3 · √4 - - 3 · 5
ef · fg :: √8 · √9 - - 5 · 7
fg · gh :: √15 · √16 - - 7 · 9
gh · hi :: √24 · √25 - - 9 · 11

ab · be · ef · fg · gh · hi
1 · √2
√3 · √4
√8 · √9
√15 · √16
√24 · √25

pesi 1 · 3 · 5 · 7 · 9 · 11

V

$\overline{bo}^2 = 1$

$\overline{ob}^2 = \frac{1}{4}$

$\overline{oc}^2 = \overline{ob}^2 + \overline{bc}^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\overline{od}^2 = \overline{o\tfrac{1}{3}}^2 + \overline{\tfrac{1}{3}d}^2 = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$

$= \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$\overline{oe}^2 = \overline{o\tfrac{1}{4}}^2 + \overline{\tfrac{1}{4}e}^2 =$

$\frac{1}{16} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{16} + \frac{3}{16} = \frac{1}{4}$

$\overline{of}^2 = \overline{o\tfrac{1}{5}}^2 + \overline{\tfrac{1}{5}f}^2$

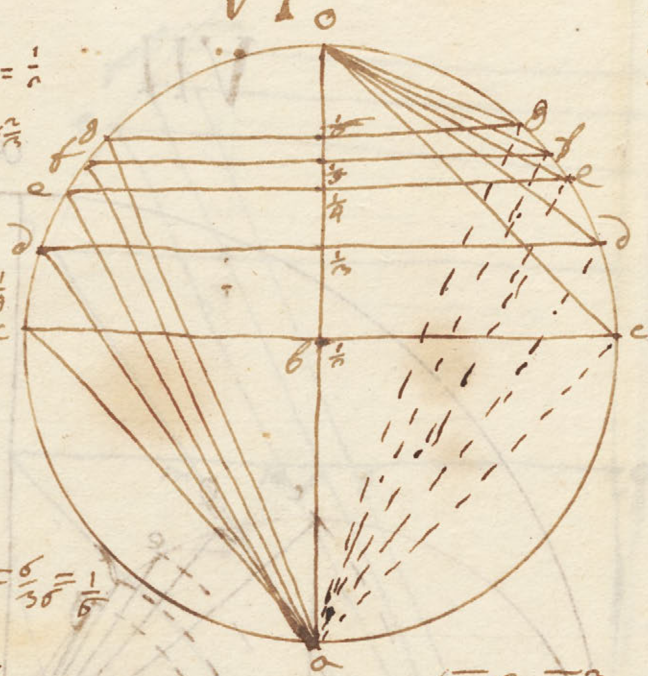
$= \frac{1}{25} + \frac{1}{5} \times \frac{4}{5}$

$= \frac{1}{25} + \frac{4}{25} = \frac{1}{5}$

$\overline{og}^2 = \overline{\tfrac{1}{6}}^2 + \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} =$

$= \frac{1}{36} + \frac{5}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

VI.



$\overline{ab}^2 = 1$ 15

$\overline{ac}^2 = 2$ 30

$\overline{ad}^2 = \overline{a\tfrac{1}{3}}^2 + \overline{\tfrac{1}{3}d}^2$

$= \overline{\tfrac{4}{3}}^2 + \frac{4}{3} \times \frac{2}{3}$

$= \frac{16}{9} + \frac{8}{9} = \frac{24}{9}$

$= \frac{8}{3}$ ———— 40

$\overline{ae}^2 = \overline{a\tfrac{1}{4}}^2 + \overline{\tfrac{1}{4}e}^2$

$= \overline{\tfrac{3}{2}}^2 + \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4}$

$= 3$ ———— 45

$\overline{af}^2 = \overline{a\tfrac{1}{5}}^2 + \overline{\tfrac{1}{5}f}^2$

$= \overline{\tfrac{8}{5}}^2 + \frac{8}{5} \times \frac{2}{5}$

$= \frac{64}{25} + \frac{16}{25} = \frac{80}{25} = \frac{16}{5} = 48$

$\overline{ag}^2 = \overline{a\tfrac{1}{6}}^2 + \overline{\tfrac{1}{6}g}^2$

$= \overline{\tfrac{10}{6}}^2 + \frac{10}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{100}{36} + \frac{20}{36} = \frac{120}{36}$

$= \frac{100}{36} + \frac{20}{36} = \frac{120}{36} = \frac{60}{18} = \frac{30}{9}$

$= \overline{\tfrac{5}{3}}^2 + \frac{5}{3} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{25}{9} + \frac{5}{9} = \frac{30}{9} = 50$

		pesi
$\overline{ab}^2 = 1$	1	
$\overline{oc}^2 = \frac{1}{2}$	4	
$\overline{od}^2 = \frac{1}{3}$	9	
$\overline{oe}^2 = \frac{1}{4}$	16	
$\overline{of}^2 = \frac{1}{5}$	25	
$\overline{og}^2 = \frac{1}{6}$	36	

i quadrati delle corde stanno come i seni versi

$\overline{ao}^2 \cdot \overline{oc}^2 \cdot \overline{oe}^2 \cdot \overline{of}^2 \cdot \overline{og}^2$

$ao \cdot ob \cdot o\tfrac{1}{3} \cdot o\tfrac{1}{4} \cdot o\tfrac{1}{5}$

$1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$

$\overline{ac}^2 \cdot \overline{ad}^2 \cdot \overline{ae}^2 \cdot \overline{af}^2 \cdot \overline{ag}^2$

$\overline{ab}^2 \cdot a\tfrac{1}{3} \cdot a\tfrac{1}{4} \cdot a\tfrac{1}{5} \cdot a\tfrac{1}{6}$

	pesi
$\overline{ab}^2 = 15$	1
$\overline{ac}^2 = 30$	3
$\overline{ad}^2 = 40$	5
$\overline{ae}^2 = 45$	7
$\overline{af}^2 = 48$	9
$\overline{ag}^2 = 50$	11

$\boxed{\text{prolungamenti}}$

$1 \cdot 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{12}{4} \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{120}{6}$

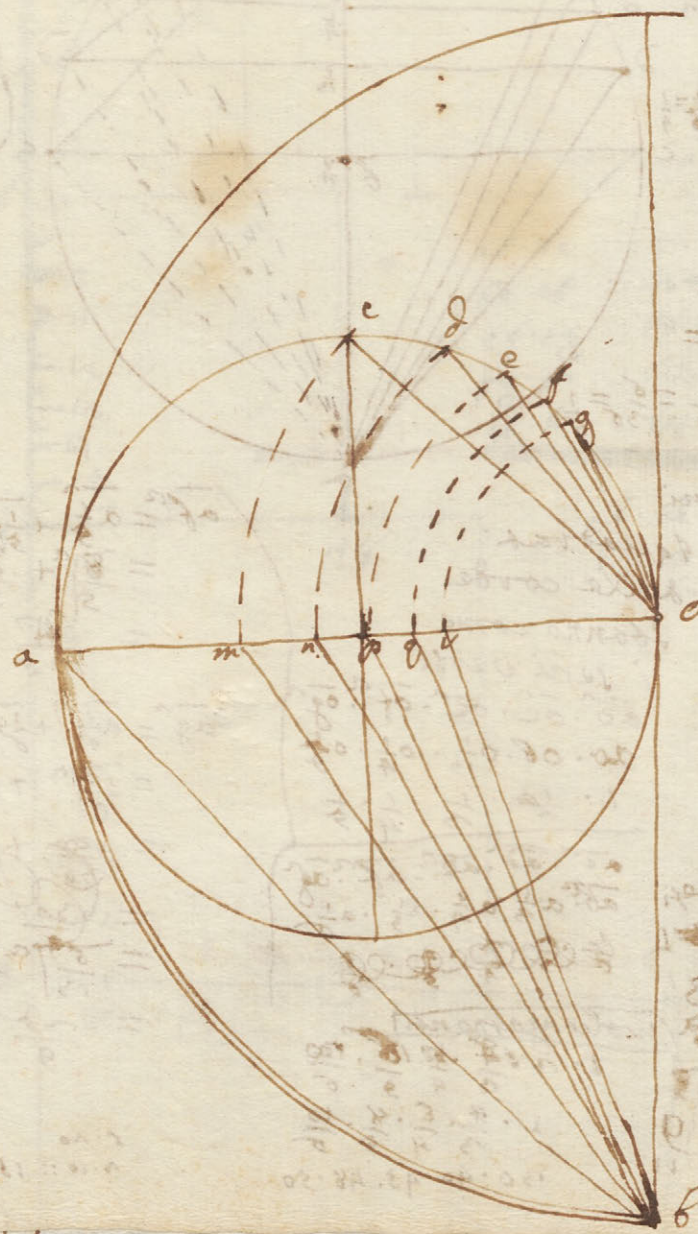
$1 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{10}{6}$

$30 \cdot 40 \cdot 45 . 48 \cdot 50$

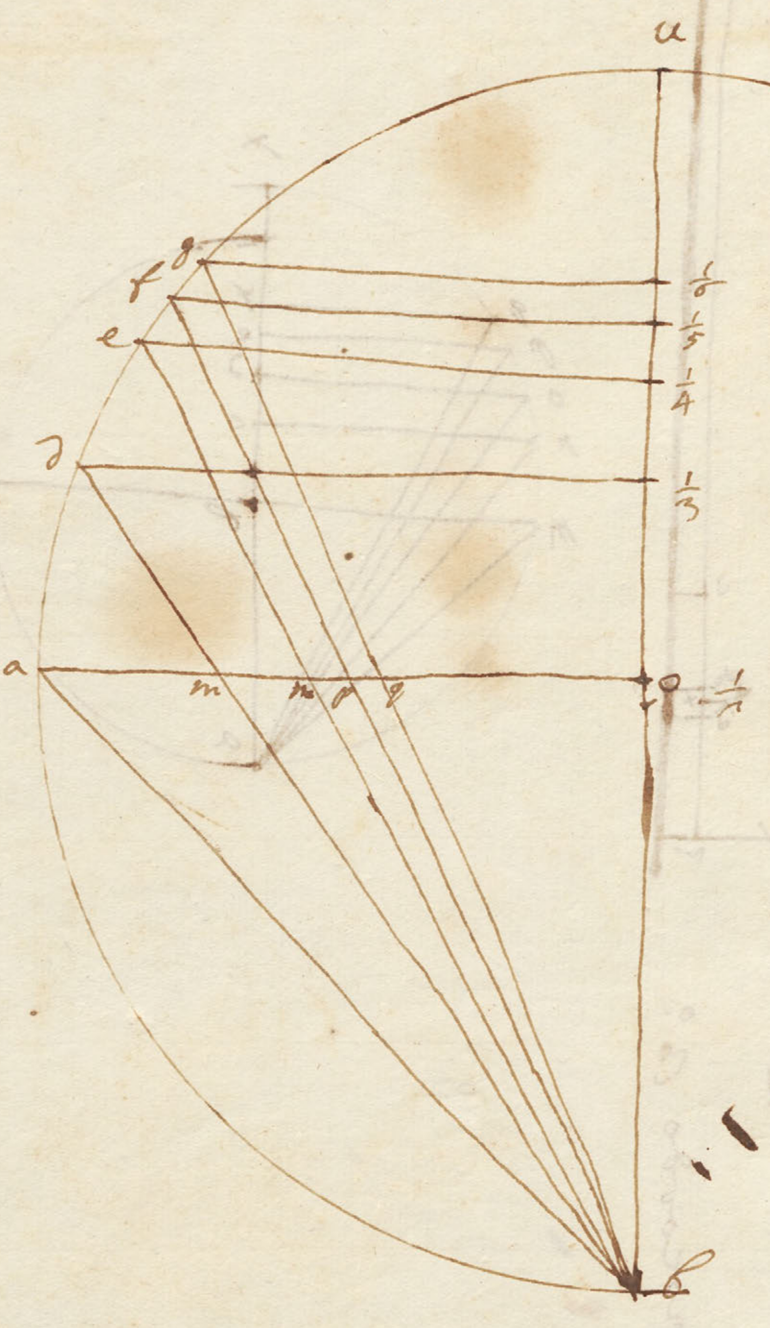
$6 \cdot 20$

$3 \cdot 10 :: 15 \cdot \frac{150}{3} = 50$

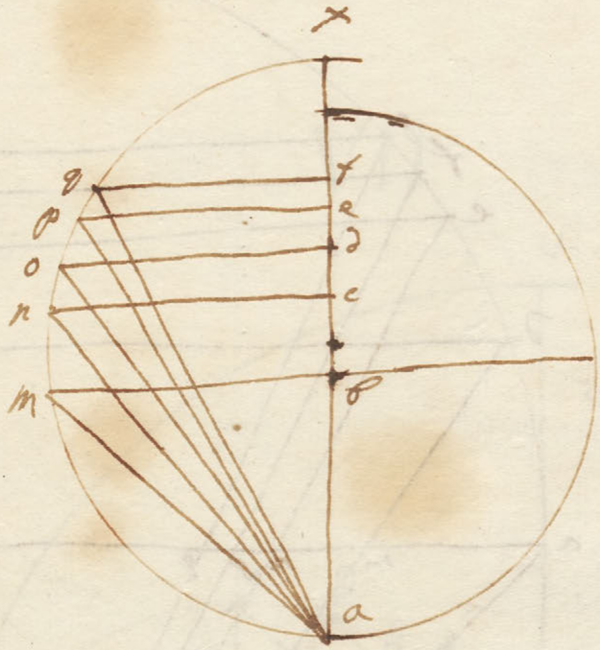
VII



X VIII



X



IX

153